Aritmética

Actividades





Aritmética
Libro de actividades
Cuarto grado de Secundaria
Colección Intelectum Evolución

RUC 20545774519
Jr. Dávalos Lissón 135, Cercado de Lima
Teléfonos: 331-1535 / 331-0968 / 332-3664
Fax: 330 - 2405
E-mail: ventas_escolar@edicioneslexicom.com
www.editorialsanmarcos.com

Responsable de edición:
Yisela Rojas Tacuri

Equipo de redacción y corrección:
Josué Dueñas Leyva / Christian Yovera López
Marcos Pianto Aguilar / Julio Julca Vega
Óscar Díaz Huamán / Kristian Huamán Ramos
Saby Camacho Martinez / Eder Gamarra Tiburcio
Jhonatan Peceros Tinco

Diseño de portada:
Miguel Mendoza Cruzado / Cristian Cabezudo Vicente

Retoque fotográfico:
Luis Armestar Miranda

Composición de interiores:
Lourdes Zambrano Ibarra / Natalia Mogollón Mayurí
Roger Urbano Lima

Gráficos e Ilustraciones:
Juan Manuel Oblitas / Ivan Mendoza Cruzado

Primera edición 2013
Tiraje: 15 000

Hecho el depósito legal en la Biblioteca Nacional del Perú
N.º 2013-12001
ISBN: 978-612-313-057-2
Registro de Proyecto Editorial N.º 31501001300690

Impreso en Perú / *Printed in Peru*

Pedidos:
Av. Garcilaso de la Vega 978 - Lima.
Teléfonos 331-1535 / 331-0968 / 332-3664
E-mail: ventas_escolar@edicioneslexicom.com

Impresión:
Editorial San Marcos, de Aníbal Jesús Paredes Galván
Av. Las Lomas 1600, Urb. Mangomarca, Lima, S.J.L.
RUC 10090984344

Este libro se terminó de imprimir
en los talleres gráficos de Editorial San Marcos situados en
Av. Las Lomas 1600, Urb. Mangomarca, S.J.L. Lima, Perú
RUC 10090984344

La Colección Intelectum Evolución para Secundaria ha sido concebida a partir de los lineamientos pedagógicos establecidos en el Diseño Curricular Nacional de la Educación Básica Regular, además se alinea a los patrones y estándares de calidad aprobados en la Resolución Ministerial N.º 0304-2012-ED.

La divulgación de la Colección Intelectum Evolución se adecúa a lo dispuesto en la Ley 29694, modificada por la Ley N.º 29839, norma que protege a los usuarios de prácticas ilícitas en la adquisición de material escolar.

El docente y el padre de familia orientarán al estudiante en el debido uso de la obra.



Contenido


Unidad 1

RECUERDA

Evolución de la teoría de funciones

Desde principios del siglo XVIII ha habido más de un millar de funciones especiales a las que se ha considerado de interés suficiente como para merecer una investigación. Hacia 1800 era necesario deducir propiedades comunes a las funciones de cada una de las diversas clases. Recién alrededor de 1825 Cauchy empezó a crear de manera sistemática la teoría de funciones de variable compleja.

Matemáticamente, la teoría de funciones de variables reales está antes que las otras; pero desde el punto de vista histórico, no surgió como disciplina independiente hasta el último tercio del siglo XIX, cuando la teoría de funciones de variable compleja ya estaba adelantada.

Aunque la teoría de variables reales haya sido menos útil que la de variable compleja para obtener propiedades de funciones especiales, su importancia para el desarrollo del conjunto de las matemáticas ha sido incomparablemente mayor. Fue en las variables reales donde se reconoció por primera vez la necesidad que existía de una teoría rigurosa del sistema numérico del análisis. Por consiguiente, la teoría de funciones de variables reales, desde 1870 ha pasado de un interés cada vez superior a simplemente local: sus problemas, resueltos o no, tienen importancia en campos muy distantes de la matemática técnica.

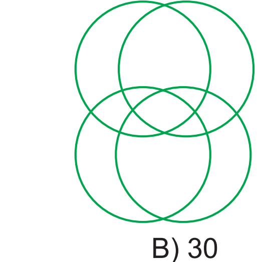
La evolución de la teoría de funciones, parece presentar tres fases principales de las cuales las dos primeras fueron preparatorias. La primera se extiende desde el siglo XVII hasta 1821; la siguiente desde 1821 hasta 1880 y la última desde 1880 hasta 1940 y en adelante. En el primer periodo, el de Newton, Leibniz, los Bernoulli, D'Alembert, Euler y Lagrange el gran maestro fue Euler, cuya inigualada inventiva dotó al análisis con una riqueza de algoritmos que fijaron el modelo formal del análisis durante más de un siglo.

Reflexiona

- *El acero se templa a altas temperaturas, pero para ser de excelencia necesita forjarse con una gran voluntad.*
- *Rétese a sí mismo todos los días y someta su temperamento displicente a la forja de la voluntad de triunfadores.*
- *La felicidad del éxito no está al final, es un sentimiento que crece en la medida en que nos entregamos más y más ante los retos del trabajo que realizamos día a día.*

¡Razona...!

En el siguiente gráfico, ubicar los números consecutivos del 1 al 13, uno por cada región simple, de tal manera que la suma de los números ubicados en cada circunferencia sea constante. Halla la mínima suma posible.



A) 42　　B) 30　　C) 38
D) 24　　E) 33



Aplicamos lo aprendido



TEMA: 1 LÓGICA PROPOSICIONAL

1 En los siguientes enunciados, indica cuáles son proposiciones lógicas.

I. Buenas noches.
II. ¿Dónde estas?
III. Argentina es un país sudamericano.
IV. $4 + 9 = 12$
V. Hola, cómo estás.

A) I, II y III B) I y V C) I y IV
D) III y IV E) Todos

2 Dadas las siguientes proposiciones compuestas:

I. $\sqrt{\pi} > 4$ y $\sqrt[3]{\sqrt{64}} \leq \sqrt[3]{64}$
II. Si $(\sqrt{3} - 1)^2 < 0$ entonces $(-6)^2 = 36$
III. $-6^2 = (-6)^2$ sí y solo si $\sqrt{23} \notin \mathbb{Z}$

Indica los valores de verdad.

A) VVV B) FVV C) FVF
D) FFF E) VVF

3 Sean las tautologías:

$[(\sim p \wedge \sim q) \Rightarrow r] \wedge \sim(p \vee q)$
$(q \vee \sim s) \triangle [r \Rightarrow (\sim t \wedge t)]$

Determina el valor de verdad de:

I. $p \Leftrightarrow [(s \vee t) \wedge (s \vee \sim t)]$
II. $\sim[(\sim q \Rightarrow p) \wedge s]$
III. $(r \vee p) \Rightarrow (\sim r \Rightarrow \sim q)$

A) VVV B) VVF C) FVF
D) FFF E) VFF

4 Si el siguiente esquema molecular es falso:

$\sim s \Rightarrow \{[s \triangle (\sim q \wedge r)] \Rightarrow [\sim s \Leftrightarrow \sim(\sim p \Rightarrow q)]\}$

Determina los valores de p, q, r y s, respectivamente.

A) VVVF B) VFVV C) FFVF
D) VFVF E) FVVF

5 El siguiente esquema molecular: $\sim\{[p \vee (q \Rightarrow \sim p)] \vee q\}$ es:

A) Tautológico B) Contradictorio
C) Consistente D) No contradictorio
E) N. A.

6 Construye la tabla de verdad e indica el número de valores falsos en la matriz principal del siguiente esquema molecular:

$\sim\{\sim[(\sim p \triangle q) \Rightarrow \sim r] \wedge (r \vee \sim q)\} \wedge p$

A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 8

7 Sean las proposiciones:

p : Arequipa es la capital del Perú.

q : $\sqrt{2}\left(2^{\frac{3}{2}}-\sqrt{2}\right)=\sqrt[3]{8}$

Determina el valor de verdad de la siguientes proposiciones:

I. $\sim(p \triangle \sim q) \Leftrightarrow \sim p$ II. $\sim[\sim(\sim p \triangle \sim q) \Rightarrow p]$

III. $[p \triangle (q \Rightarrow \sim p)] \Leftrightarrow (\sim q \wedge p)$

A) VVF B) VFV C) VVV

D) FVF E) VFF

8 Se define el conectivo lógico θ mediante la siguiente tabla de verdad:

p	q	p θ q
V	V	F
V	F	V
F	V	F
F	F	F

Evalúa el siguiente esquema molecular:

$[(\sim p\ \theta\ q) \triangle \sim q]\ \theta\ (q \Leftrightarrow \sim p)$

Da como respuesta los valores de verdad de la matriz principal.

A) FFVF B) VFFF C) VVFF

D) FFFF E) VFVF

9 Sea el esquema molecular tautológico:

$\sim[(\sim q \vee p) \vee (\sim r \Leftrightarrow q)] \wedge (s \triangle t)$

Podemos afirmar que:

I. r necesariamente es verdadero.

II. Si t es falso, entonces s puede ser falso.

III. p no necesariamente puede ser falso.

A) VVV B) VFF C) FFV

D) VFV E) FVV

10 ¿Cuáles de las siguientes proposiciones son equivalentes?

I. $\sim(\sim p \Rightarrow q)$

II. $\sim p \vee \sim q$

III. $\sim q \wedge \sim p$

A) I y II B) II y III C) I y III

D)Todas E) Ninguna

11 Simplifica: $[(q \Rightarrow p) \vee (r \wedge \sim s) \vee (q \wedge \sim p)] \Rightarrow \sim[\sim(\sim s)]$

A) $\sim s$ B) p C) $\sim p$

D) q E) $\sim r$

12 Simplifica: $(p \Rightarrow q) \wedge [(\sim p \wedge r) \vee (q \vee s) \vee \sim(p \vee r)]$

A) $p \wedge q$ B) $p \wedge \sim q$ C) $\sim p \vee q$

D) $\sim p$ E) $p \vee \sim q$

13 Si: $p\ \alpha\ q \equiv \sim p \Rightarrow \sim q$

Simplifica: $[(\sim p\ \alpha \sim q)\ \alpha\ (q\ \alpha\ p)] \wedge \sim p$

A) $\sim q$ B) q C) $p \wedge q$

D) $\sim p \vee q$ E) $\sim p$

14 Si: $p \downarrow q \equiv \sim q \wedge (\sim q \Rightarrow p)$

Simplifica: $\{[\sim(p \Rightarrow s) \wedge r] \vee [p \wedge (r \Rightarrow s)]\} \wedge (\sim p \vee q)$

A) $p \downarrow q$ B) $\sim p \downarrow \sim q$ C) $\sim p \downarrow q$

D) $p \downarrow \sim q$ E) N. A.

Claves

1. D	3. A	5. B	7. E	9. B	11. A	13. E
2. D	4. D	6. B	8. D	10. C	12. C	14. D

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. De los siguientes enunciados, ¿cuáles son proposiciones lógicas?

I. Cesar Vallejo nació en París.
II. Ojalá apruebe el examen.
III. Luis es médico o estudia arquitectura.
IV. Homero es autor de la Iliada o es autor de Hamlet.
V. Debes obedecer a tus padres.

A) I, II, III y IV B) II, IV y V
C) I, III y IV D) I, III, IV y V
E) Todas

Indica la alternativa que representa simbólicamente cada una de las proposiciones en los siguientes casos:

2. El acusado es culpable si y solo si las huellas son auténticas; las huellas son auténticas si y solo si se encuentran en el arma del delito.

A) $(p \wedge q) \wedge (r \Rightarrow q)$ B) $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)$
C) $p \Rightarrow (q \Leftrightarrow r)$ D) $(q \Leftrightarrow r) \Rightarrow p$
E) $(p \Leftrightarrow q) \wedge (q \Leftrightarrow r)$

3. Las personas te odiarán porque siempre dices la verdad, si y sólo si, siempre dices la verdad, pues eres una persona moral.

A) $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (q \Rightarrow r)$ B) $(q \Rightarrow p) \wedge (r \Rightarrow q)$
C) $(p \Leftrightarrow q) \Rightarrow (r \Leftrightarrow q)$ D) $(q \Rightarrow p) \Leftrightarrow (r \Rightarrow q)$
E) $(p \vee q) \Leftrightarrow (r \wedge q)$

Razonamiento y demostración

4. Si el siguiente esquema es falso:
$[(q \Leftrightarrow p) \triangle s] \vee \sim(q \wedge s)$

Determina los valores de p, q, y s, respectivamente.

A) VVF B) VVV C) FVV
D) VFF E) FVF

5. Si las siguientes proposiciones son falsas:
$\sim p \Rightarrow (\sim r \vee q)$
$\sim r \wedge (p \Leftrightarrow \sim s)$

Determina el valor de verdad de:
I. $(p \Rightarrow \sim q) \triangle r$
II. $(s \wedge r) \vee p$
III. $(\sim s \Rightarrow \sim q) \Rightarrow r$

A) VVV B) VFV C) FVV
D) FFF E) FFV

Resolución de problemas

6. Indica el valor de verdad de las siguientes proposiciones compuestas:
I. $3^2 = 2^3$ si y solo si $10^2 = 100$
II. $\frac{7}{2} > 3{,}5$ ó $27{,}3 = 3^3$
III. $4\pi \geq \sqrt{3}$ y $\sqrt{3} + \sqrt{2} > 1$

A) FFV B) FVV C) VVV
D) FFF E) VFF

7. El siguiente esquema molecular:
$\sim[p \vee (q \Rightarrow \sim p) \Leftrightarrow q$ es:

A) Tautológico B) Consistente
C) Contradictorio D) No tautológico
E) N. A.

8. Al construir la tabla de verdad de:
$[\sim p \wedge (\sim q \Leftrightarrow q)] \triangle (q \Rightarrow p)$
El número de valores verdaderos en la matriz principal es:

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

9. Se define el conector lógico α mediante la tabla de verdad:

p	q	p α q
V	V	F
V	F	F
F	V	V
F	F	F

Evalúa el siguiente esquema molecular:
$\sim p \; \alpha \; (\sim q \; \alpha \; p)$
Da como respuesta los valores de verdad de la matriz principal.

A) VVFF B) VFFF C) FVFF
D) VFVF E) VFFV

10. Simplifica:
$[(\sim r \wedge s) \vee \sim(\sim s \vee \sim r)] \Rightarrow (p \wedge q \wedge \sim s)$

A) p B) r C) ~q
D) ~s E) $s \wedge p$

NIVEL 2

Comunicación matemática

Indica la alternativa que representa simbólicamente cada una de las proposiciones en los siguientes casos:

11. Habrá un caos social, si y solo si, no se atienden a las demandas laborales o se suspenden las garantías constitucionales.

A) $(\sim q \vee r) \Rightarrow p$ B) $p \Rightarrow (\sim q \vee r)$
C) $p \Leftrightarrow (\sim q \vee r)$ D) $p \Rightarrow \sim (q \wedge \sim r)$
E) $(p \Leftrightarrow \sim q) \vee r$

12. La teoría de la relatividad no es exacta y las leyes de la mecánica celeste no son absolutas, puesto que Einstein no está, científicamente, equivocado.

A) $\sim r \Rightarrow \sim(p \wedge q)$ B) $\sim r \Rightarrow (\sim p \wedge \sim q)$
C) $r \Rightarrow \sim(p \vee q)$ D) $\sim r \Leftrightarrow (\sim q \wedge \sim p)$
E) $\sim r \Rightarrow (\sim p \vee q)$

Razonamiento y demostración

13. Si las siguientes proposiciones no son falsas:
A. $\sim p \wedge \sim(r \Rightarrow s)$
B. $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow q$
Da los valores de verdad de:
• $(p \vee q) \wedge (r \Leftrightarrow s)$
• $(p \vee q) \vee (s \Rightarrow \sim r)$
• $(p \Rightarrow q) \triangle q$

A) FFF B) FVV C) VVV
D) FVF E) VFF

14. Si la proposición:
$(p \wedge \sim q) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$
es falsa, se afirma que:
I. $p \vee q$ es falsa.
II. $r \Rightarrow q$ es verdadera.
III. $\sim q \Rightarrow p$ es verdadera.

A) Solo I B) Solo II C) I y II
D) II y III E) I, II y III

Resolución de problemas

15. Al construir la tabla de verdad de:

$$(p \wedge \sim q) \Rightarrow \sim(q \Rightarrow \sim p)$$

El número de valores verdaderos en la matriz principal es:

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

16. Sea la proposición compuesta:

$$(q \triangle \sim p) \Rightarrow \sim[\sim p \wedge (q \Leftrightarrow p)]$$

Indica qué tipo de esquema molecular es:

A) Tautológico
B) Contradictorio
C) Consistente
D) No tautológico
E) N. A.

17. Se define el conector lógico $*$ mediante la tabla de verdad:

p	q	p $*$ q
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	V

Evalúa el siguiente esquema molecular y da como respuesta los valores de verdad de la siguiente matriz principal:

$\sim[(p * q) * \sim p] \triangle q$

A) VFVV B) VVFV C) FFFV
D) VFFV E) VFFF

18. Si: $p \square q \equiv \sim p \Rightarrow q$

Simplifica:

$\{\sim[(p \square q) \wedge (q \square p)] \square \sim p\} \Rightarrow p$

A) p B) $\sim p$ C) p
D) $\sim q$ E) $p \Rightarrow q$

19. Simplifica la expresión:

$[p \Rightarrow \sim(q \Rightarrow p)] \Rightarrow \sim q$

A) $\sim q$ B) $\sim p$ C) q
D) $p \wedge q$ E) $p \vee \sim q$

20. ¿Cuál de las siguientes proposiciones son lógicamente equivalentes?

I. $\sim p \vee \sim q$
II. $\sim p \Rightarrow q$
III. $p \vee q$

A) I y II B) I y III C) II y III
D) Todas E) Ninguna

NIVEL 3

Comunicación matemática

Indica la alternativa que representa simbólicamente cada una de las proposiciones en los siguientes casos.

21. Juan Carlos es congresista y presidente de la comisión de constitución. Luego. Juan Carlos es congresista.

A) $p \wedge (p \Rightarrow q)$ B) $(p \wedge q) \Rightarrow p$
C) $(p \Rightarrow q) \equiv p$ D) $(p \vee q) \equiv p$
E) $p \vee (q \Rightarrow p)$

22. Elena asistirá a la fiesta pues recibió una invitación. Si no recibió una invitación, entonces irá a un paseo campestre.

A) $(p \Rightarrow q) \wedge (\sim q \Rightarrow p)$
B) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (p \wedge \sim r)$
C) $(q \Leftrightarrow p) \vee (\sim q \Leftrightarrow r)$
D) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (p \wedge \sim r)$
E) $(q \Rightarrow p) \wedge (\sim q \Rightarrow r)$

Razonamiento y demostración

23. Si la proposición:

$\sim t \Rightarrow \{[\sim q \Rightarrow (s \Leftrightarrow t)] \vee (p \wedge r)\}$

es falsa, entonces se puede afirmar que:

I. q es necesariamente falso.
II. p puede ser verdadero.
III. r siempre es verdadero

A) Solo I B) Solo II C) Solo III
D) I y II E) II y III

24. Si el siguiente esquema molecular es contradictorio:

$\sim\{\sim[(p \wedge q) \Rightarrow r] \wedge [(r \Rightarrow q) \vee p]\}$

Halla los valores de verdad de las variables proposicionales p; q y r.

A) VFV B) VVF C) FVV
D) FFV E) FVF

Resolución de problemas

25. El siguiente esquema molecular:

$[\sim p \Rightarrow (r \Rightarrow \sim q)] \vee [\sim(\sim p \triangle r) \vee q]$ es:

A) Tautológico B) Contradictorio
C) Consistente D) No consistente
E) N. A.

26. Determina el número de valores falsos en la matriz principal al construir la tabla de verdad de:

$[p \wedge (\sim q \triangle p)] \Leftrightarrow \sim\{\sim q \wedge [\sim p \Leftrightarrow (p \wedge q)]\}$

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

27. Sea el conectivo lógico $\downarrow$; el cual se define mediante la tabla de verdad:

p	q	p $\downarrow$ q
V	V	F
V	F	F
F	V	V
F	F	F

Evalúa el siguiente esquema molecular y da como respuesta los valores de verdad de la matriz principal.

$(q \downarrow \sim p) \Leftrightarrow \{[(\sim q \downarrow p) \triangle p] \downarrow (\sim q \wedge p)\}$

A) VVVV B) FVVV C) FFVV
D) VVVF E) VVFV

28. Si: $p \alpha q \equiv p \wedge \sim q$

Simplifica el siguiente esquema molecular:

$[p \Rightarrow \sim(p \wedge q)] \Rightarrow \{[(q \vee p) \wedge \sim q] \wedge (\sim q \Rightarrow \sim p)\}$

A) p B) $p \alpha q$ C) $p \alpha \sim q$
D) $\sim p \alpha \sim q$ E) $\sim q$

29. Simplifica:

$t \Rightarrow \{[(p \Rightarrow q) \Rightarrow q] \wedge [\sim p \wedge (q \Rightarrow p)]\}$

A) $\sim q$ B) $\sim p$ C) $\sim t$
D) $p \wedge q$ E) $q \wedge t$

30. Se define:

p	q	p $*$ q
V	V	F
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Simplifica la expresión:

$N \equiv [(a \Rightarrow b) * (a * \sim b)] \vee [\sim a * \sim b]$

A) a B) $a \wedge b$ C) $a \vee b$
D) $a \wedge \sim b$ E) $a \vee \sim b$

Claves

NIVEL 1
1. C
2. E
3. D
4. B
5. E
6. A
7. B
8. D
9. B
10. D

NIVEL 2
11. C
12. B
13. D
14. D
15. D
16. C
17. D
18. A
19. E
20. C

NIVEL 2
21. B
22. E
23. D
24. B
25. A
26. C
27. D
28. C
29. C
30. A

Aplicamos lo aprendido





TEMA 2: TEORÍA DE CONJUNTOS

1 Sea el conjunto:
$R = \{p; \{\varnothing\}; \{p\}; \{\varnothing; \{p\}\}\}$
Halla el valor de verdad de las siguientes proposiciones:
I. $\{p\} \in R$
II. $\{p\} \subset R$
III. $\{\{\varnothing\}\} \in R$
IV. $\{\{\varnothing\}; \{p\}\} \in R$
V. $\{\varnothing; \{p\}\} \subset R$
VI. $\{\{p\}; \{\varnothing\}; \varnothing\} \subset P(R)$

A) VVFVFV B) VVFVFFV C) VVFFFF
D) FVFFFF E) VFVFFV

2 Sea el conjunto:
$M = \{p \times q \,/\, p + q = 4;\ p, q \in \mathbb{N}\}$
Halla el número de elementos de M.

A) 3 B) 4 C) 2
D) 1 E) 5

3 Determina por comprensión el siguiente conjunto:
$K = \left\{\frac{1}{5}; \frac{1}{10}; \frac{1}{17}; \frac{1}{26}; \frac{1}{37}; \ldots; \frac{1}{101}; \frac{1}{122}\right\}$

A) $K = \{\frac{1}{x+5} / x \in \mathbb{N}, x < 120\}$
B) $K = \{\frac{1}{x^2} / x \in \mathbb{N}; x < 12\}$
C) $K = \{\frac{1}{5x+2} / x \in \mathbb{N}; x < 24\}$
D) $K = \{\frac{1}{x^2+1} / x \in \mathbb{N}; 1 < x < 12\}$
E) $K = \{\frac{1}{x^2+2} / x \in \mathbb{N}; 16 < x < 12\}$

4 Definimos los conjuntos:
$A = \{x \,/\, x = 3n + 1 \text{ donde } n \in \mathbb{N} \wedge x < 50\}$
$B = \{x \,/\, x \in A \wedge x \text{ es par}\}$
Calcula n(B).

A) 2 B) 4 C) 6
D) 8 E) 10

5 Sea el conjunto: $B = \{2; 4; 6; 8\}$
Hallar el valor de verdad de las siguientes proposiciones:
I. $\exists x \in B \,/\, x - 1 < 4$
II. $\forall x \in B; x^2 \geq 3$
III. $\exists x \in B \,/\, \sqrt{x} \in \mathbb{Z}^+$
IV. $\forall x \in B \,/\, \frac{x}{4} \in \mathbb{N}$

A) VVVV B) FFVF C) VFVF
D) VFVV E) VVVF

6 Si: $K = \{\varnothing; m + n; n + 1; \{m + n; n + 1\}\}$
Indica cuál es la proposición incorrecta.

A) $\{m + n; n + 1\} \subset K$
B) $\{\varnothing; m + n\} \subset P(K)$
C) $\{m + n; n + 1\} \in K$
D) $\varnothing \in K$
E) $\varnothing \subset K$

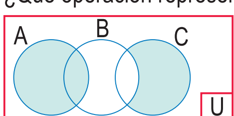
7 Para dos conjuntos comparables, donde uno de ellos tiene 3 elementos más que el otro, se cumple que la suma de los cardinales de sus conjuntos potencia es 576. ¿Cuántos subconjuntos propios tiene la unión de ellos?

A) 15 B) 31 C) 107
D) 511 E) 255

8 Si el conjunto A tiene 127 subconjuntos propios, B tiene 32 subconjuntos y la intersección de A y B tiene 7 subconjuntos propios, ¿cuántos elementos tiene el conjunto potencia de la unión de A y B?

A) 64 B) 128 C) 256
D) 512 E) 1024

9 ¿Qué operación representa la región sombreada?



A) $(A \cup C) - B$ B) $A \cup (B \cap C')$ C) $A \cup (B' \cap C)$
D) $A \cup (B \cap C)$ E) $(A - B) \cup C$

10 Sean A y B conjuntos. Si $n(A \cap B) = 21$, halla $n(A \triangle B)$, además se sabe que:
$n(A - B) + n(B - A) = n(A \cap B)$

A) 18 B) 20 C) 21
D) 24 E) 27

11 Sean A, B, C y D cuatro conjuntos, reduce:
$\{B - [(A \cap B) - A]\} \cup \{B \cap (D^C \cap C)^C\}$

A) A B) $A \cup B$ C) $A \cap B$
D) B E) $A - B$

12 70 deportistas participan en 15 pruebas atléticas, al final de las cuales se observó lo siguiente:
3 ganaron las medallas de oro, plata y bronce.
5 ganaron las medallas de oro y plata.
4 ganaron las medallas de oro y bronce.
7 ganaron las medallas de plata y bronce.
¿Cuántos deportistas no ganaron medalla alguna?

A) 35 B) 36 C) 37
D) 38 E) 39

13 De 100 personas que leen por lo menos 2 de 3 revistas A, B, C; se observa que 40 leen la revista A y B, 50 leen B y C; y 60 leen A y C. ¿Cuántas personas leen las tres revistas?

A) 15 B) 20 C) 40
D) 25 E) 35

14 En una reunión asistieron 42 personas que hablaban español, 44 personas que hablaban inglés y 44 personas que hablaban francés. Si 16 personas hablaban español e inglés, 14 personas hablaban inglés y francés, y 20 personas hablaban español y francés. ¿Cuántas hablaban solo dos idiomas si 18 hablaban solo inglés?

A) 35 B) 36 C) 37
D) 38 E) 39

Claves

1. C 3. D 5. E 7. D 9. C 11. D 13. D
2. A 4. D 6. D 8. D 10. C 12. D 14. D

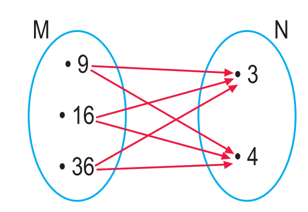
Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Se tiene el siguiente diagrama sagital:



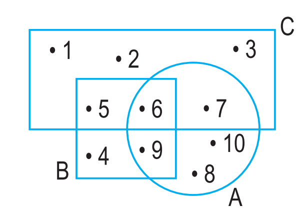
a) Determina por extensión:

$M \times N =$ ____________________

____

b) $n(N \times M) =$ ☐

2. Del gráfico señala verdadero (V) o falso (F) según corresponda:



I. $6 \in (C - B) \cup (A - B)$ ☐

II. $9 \in (C - B) \cup (C \cap B)$ ☐

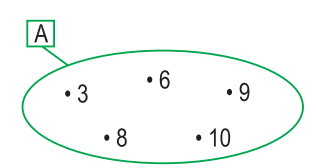
III. $5 \in (B \cap C) - (A \cap C)$ ☐

IV. $1 \in (A \cup B) - (B \cap C)$ ☐

V. $5 \in (B \cap C) - (A \cap B)$ ☐

3. Sea el conjunto A:





Cuantifica los siguientes enunciados, de modo que cada uno de ellos sea verdadero.

a) ____________ $x + 2 > 4$ | b) ____________ $x - 2 = 4$

c) ____________ $\frac{x}{5} \in \mathbb{N}$ | d) ____________ $x - 10 = 0$

Razonamiento y demostración

4. Sean los conjuntos:

$A = \{3; 6; 9\}$

$B = \{2; 4; 6\}$

Halla el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

I. $\forall x \in A, \exists y \in B / \frac{x+y}{5} \in \mathbb{Z}$ ☐

II. $\forall x \in A, \exists y \in B / x - y > 0$ ☐

III. $\forall x \in B, \exists y \in A / x - y > 0$ ☐

IV. $\forall x \in B, \exists y \in A / x + y = 7$ ☐

5. Dados los conjuntos:

$A = \{2a; 3\}$

$B = \{2; b\}$

$C = \{x \text{ es par} / b - a < x < b + a\}$

Además:

$A - B = \varnothing$, entonces se puede afirmar que:

A) C es un conjunto unitario.

B) C es un conjunto vacío.

C) $n(C) = 3$

D) $C = \{2; 4\}$

E) $n(C) > 3$

Resolución de problemas

6. Sean:

$$A = \left\{\frac{x^2 - 25}{x - 5} / x \in \mathbb{Z}, 0 < x \leq 6\right\}$$

$$B = \left\{\frac{3x + 1}{2} \in \mathbb{Z} \; / -1 \leq x \leq 8\right\}$$

Calcula: $n(A \triangle B) + n(A \cap B)$

A) 12 B) 13 C) 14
D) 17 E) 21

7. Si se cumple que $M - N = \varnothing$, ademas:

$M = \{4n; 5\}$

$N = \{4; m\}$

$P = \{x \text{ es par} / m - n < x < 2n + m\}$

Halla el número de elementos de P.

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

8. Si los pares ordenados son iguales:

$(x^2 + 7x; y - 2) = (44; 32) \wedge x; y \in \mathbb{Z}^+$

Halla $x + y$

A) 34 B) 36 C) 38
D) 42 E) 44

9. Se tienen los conjuntos A y B, tal que:

n[P(A)] = 128

n[P(B)] = 256

n[P(A ∩ B)] = 64

Calcula: n[P(A ∪ B)]

A) 8 B) 32 C) 64
D) 512 E) 128

10. Dado el conjunto:

$A = \{x^2 / x \in \mathbb{N} \wedge 5 < x < 9\}$

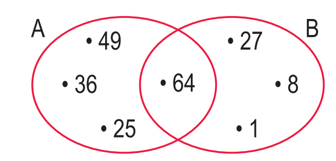
¿Cuántos subconjuntos tiene el conjunto potencia de A?

A) 8 B) 64 C) 128
D) 256 E) 1024

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. Sean los conjuntos:



a) Determina por comprensión:

A = ____________________

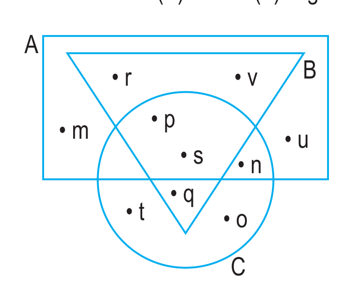
B = ____________________

b) A ∩ B = ____________________

c) n(A Δ B) = ☐

d) n(A) = ☐

12. De la figura, señala verdadero (V) o falso (F) según corresponda:



I. q ∈ (A – B) ∩ (C – B) ☐

II. n ∈ (C ∩ A) – (A ∩ B) ☐

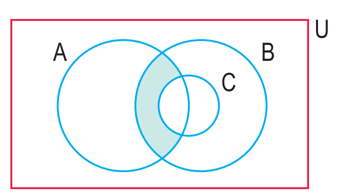
III. t ∉ (C – B) ∪ A ☐

IV. p ∉ (A ∪ B) ∩ (C – B) ☐

V. r ∈ (B – A) ∪ C ☐

Razonamiento y demostración

13. Halla una expresión que representa la región sombreada.



A) A ∩ C B) A ∩ B C) (A ∩ C) – B
D) B – C E) (A ∩ B) – C

14. Se tiene el siguiente conjunto:

A = {23; 60; 121; 212}

La alternativa que representa dicho conjunto por comprensión es:

A) $A = \{x^3 - 4 / x \in \mathbb{Z} \wedge 3 \leq x < 7\}$

B) $A = \{x^3 - 7 / x \in \mathbb{Z} \wedge 3 \leq x < 7\}$

C) $A = \{x^3 - 5 / x \in \mathbb{Z} \wedge 4 \leq x < 9\}$

D) $A = \{x^3 - 4 / x \in \mathbb{Z} \wedge 3 < x < 6\}$

E) $A = \{x^3 - 8 / x \in \mathbb{Z} \wedge 3 \leq x < 11\}$

Resolución de problemas

15. ¿Cuál de los siguientes conjuntos es unitario?

$A = \{x / x \in \mathbb{Z};\ x < 1\}$

$B = \{x / x \in \mathbb{N};\ x^2 - 2x - 3 = 0\}$

$C = \{x / x \in \mathbb{Z};\ 7 < 3x < 11\}$

A) Solo B B) Solo C C) B y C
D) A y B E) Ninguno

16. Si el conjunto A es unitario:

A = {a + b; b + c; a + c; 8}

Halla: a . b . c

A) 32 B) 64 C) 128 D) 6 E) 16

17. Si: $A = \{2^a; 3^b\}$

$B = \{2^{2x}; 8^2\}$

Son conjuntos unitarios.

Además:

C = {a + 1; b – 2; b + 4}

D = {b + 1; b; x + 2}

Halla n(C ∩ D).

A) 1 B) 2 C) 12 D) 5 E) 4

18. Dados los conjuntos A, B y C y el conjunto U, además:

n(A) = 42

n(A ∩ C) = 25

n(U) = 105

n(A ∩ B) = 20

n(C) = 65
n(B) = 54
$n(B \cap C) = 40$
$n(A \cap B \cap C) = 12$

Calcula: $n[(A \cup B \cup C)^c]$

A) 15 B) 16 C) 17 D) 18 E) 19

19. Dados los conjuntos A y B donde n(A) = 7 y n(B) = 3. ¿Cuál es el máximo número de elementos que puede tener $A \cup B$ y $A \cap B$, respectivamente?

A) 4; 3 B) 8; 5 C) 9; 3 D) 10; 3 E) 11; 4

20. Sean A, B y C conjuntos, donde:
$C \cap B' = \varnothing$
$n(C' \cap B) = 33$
$n(A - B) = 15$
n(B) = 40
n(A) = 30

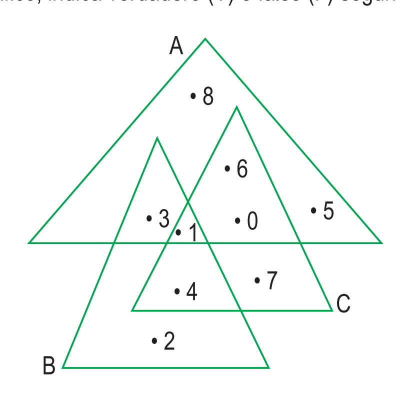
Calcula: n[C , (A – B)]

A) 10 B) 11 C) 14 D) 18 E) 22

NIVEL 3

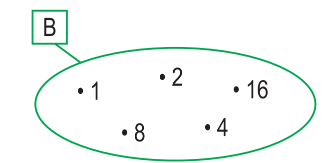
Comunicación matemática

21. Del gráfico, indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda:



I. $0 \in (A - C) \cup (B \cap C)$ ☐
II. $4 \in (A \cap B) \cup (B - A)$ ☐
III. $7 \in (C - A) - (B \cap A)$ ☐
IV. $6 \in (A \cup B) - (C \cap A)$ ☐
V. $3 \in (A \cap B) - (A \cap C)$ ☐

22. Dado el conjunto:



Cuantifica los siguientes enunciados de modo que cada uno de ellos sea verdadero.

a) ________________ $\frac{x}{2} \notin \mathbb{N}$
b) ________________ $3x < 49$
c) ________________ $\sqrt[3]{x} \in \mathbb{N}$
d) ________________ $x + 1 \in \mathbb{Z}^+$

23. Descubre la figura escondida:

Resuelve las siguientes preguntas y luego busca el resultado respectivo en el recuadro. A continuación pinta las zonas que contengan al número hallado. Al final descubrirás la silueta de una figura.

Preguntas:

a) Sean A y B conjuntos comparables donde $n(A \cup B) = 9$. Calcula n(A), si n(B – A) = 6.

b) Si: (2a + 3b; 9b – 7a) = (18; 15). Halla a . b

c) Si: A = {2x – 1; 7; 3y + 1} es un conjunto unitario. Halla x – y.

d) En un avión viajan 120 personas, de las cuales:
– Los 2/3 de ellas no beben.
– Los 4/5 de ellas no fuman.
– 72 no fuman ni beben.
¿Cuántas personas fuman y beben o no fuman ni beben?

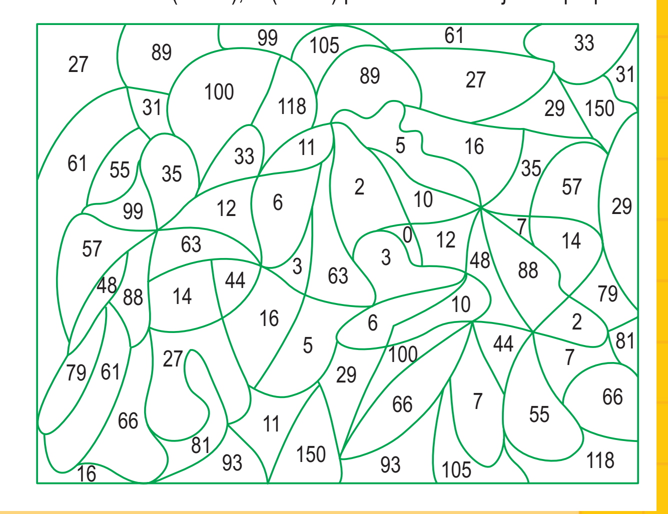
e) Si el número de subconjuntos de un conjunto de n + 2 elementos menos el doble del número de subconjuntos de un conjunto de n – 2 elementos es igual a 224. Halla el valor de n.

f) Halla el cardinal de A si: A = {0; 1; 1; 2; 3; 5; 8; ...; ...}

g) ¿Cuántos subconjuntos propios tiene el conjunto M?
$M = \{x / x \in \mathbb{Z}; -7 < 4x + 1 < 21\}$

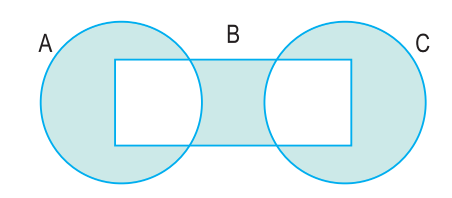
h) De un grupo de 100 alumnos, 49 no llevan el curso de Aritmética, 53 no llevan Álgebra y 27 no llevan Álgebra ni Aritmética.
¿Cuántos alumnos llevan solo uno de los cursos?

i) Sean A y B conjuntos donde:
$n(A \cup B) = 11$
$n(A' \cup B) = 5$
Calcula: $n(A \cap B)$, si (A – B) posee 63 subconjuntos propios.



Razonamiento y demostración

24. ¿Qué operación representa la región sombreada?



A) $[(A \triangle B) - B] \cup [B - (A \cup C)]$
B) $[(A \cup C) - B] \cup [B - (A \cup C)]$
C) $(A - B) \cup (B - C)$
D) $(A \triangle B) \cup (B \triangle C)$
E) $(A - C) \triangle (B - A)$

25. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas?

I. Si: $A = \varnothing \Rightarrow n[P(A)] = 1$
II. Si A es un conjunto unitario $\Rightarrow n[P(A)] = 1$
III. Si: $A = B \Rightarrow n(A \cup B) = n(A \cap B)$
IV. Si: $A \cap B = \varnothing \Rightarrow n(A \cup B) = n(A) + n(B)$

A) I, II, III B) II, III, IV C) I, III, IV
D) I, II, IV E) I, III

Resolución de problemas

26. Si A, B y C son subconjuntos de U, tal que:

- $n(A) = 10$
- $n[C - (A \cup B)] = 6$
- $n(B) = 12$
- $n(A \cap B) = 5$
- $n(U) = 26$
- $n(A \cap C') = 7$
- $n[A \cap B \cap C] = 2$
- $n(B \cap C) = 7$
- $n(A' \cap B' \cap C') = 3$

Determina $n(C')$.

A) 6 B) 8 C) 7 D) 5 E) 12

27. De un total de 100 personas, de las cuales 30 son mujeres, se notó que 25 no tenían reloj y 60 hombres tenían reloj. ¿Cuántos hombres usaban anteojos y terno si eran igual al número de mujeres que tenían reloj?

A) 5 B) 10 C) 15 D) 20 E) 25

28. De 39 alumnos que aprobaron al menos Aritmética (A), Álgebra (X) o Geometría (G) se sabe que los aprobados en solo 2 cursos son unos tantos como otros, los aprobados en los 3 cursos son 1/6 de los que aprobaron solo X; 1/5 de los que aprobaron solo A; 1/3 de los que aprobaron solo G. ¿Cuántos alumnos hay que sí aprobaron A, entonces no aprobaron G?

A) 30 B) 13 C) 34 D) 20 E) 22

29. Una empresa de transporte urbano dispone de cierto número de ómnibus de los cuales 5 están en reparación.

Además:

- 42 circulan en las mañanas.
- 38 en las tardes.
- 30 en las noches.
- 20 en las mañanas y tardes.
- 14 en las tardes y noches.
- 16 en las mañanas y noches.

¿Cuántos ómnibus son en total, si además se conoce que son 5 los que trabajan todo el día (mañana, tarde y noche)?

A) 60 B) 55 C) 65
D) 68 E) 70

30. En un colegio, se realiza una encuesta sobre sus deportes favoritos a 170 alumnos y se tiene la siguiente información.

- Los que practican solo fútbol son a los que practican solo natación y tenis como 3 es a 2.
- Los que practican los tres deportes son media vez más de los que practican solo fútbol y natación.
- La relación entre los alumnos que practican fútbol y natación, y los que practican natación y tenis es de 10 a 9.
- 60 practican solo natación.
- 10 practican solo tenis.
- 30 practican solo fútbol y tenis.

Si al menos todos practican un deporte, calcula cuántos practican solo fútbol o solo fútbol y natación.

A) 72 B) 36 C) 24
D) 13 E) 34

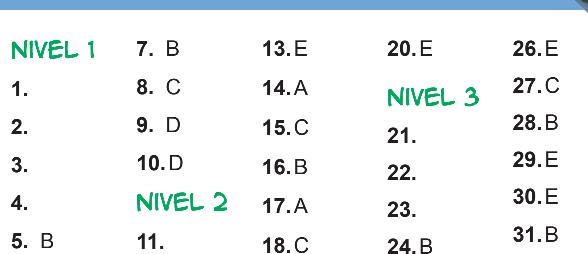
31. De 60 personas se sabe que:

- 6 hombres tienen 20 años.
- 18 hombres no tienen 21 años.
- 22 hombres no tienen 20 años.
- Tantas mujeres tienen 20 años como hombres tienen 21 años.

¿Cuántas mujeres no tienen 20 años?

A) 18 B) 22 C) 28
D) 32 E) 26

Claves



NIVEL 1	7. B	13. E	20. E	26. E
1.	8. C	14. A	NIVEL 3	27. C
2.	9. D	15. C	21.	28. B
3.	10. D	16. B	22.	29. E
4.	NIVEL 2	17. A	23.	30. E
5. B	11.	18. C	24. B	31. B
6. C	12.	19. D	25. C	

Aplicamos lo aprendido





TEMA 3: NUMERACIÓN

1 Calcula a + n, si:

$\overline{a64}_{(n)} = \overline{a20}_{(8)}$

A) 9 B) 10 C) 11
D) 12 E) 13

2 Si se cumple: $\overline{3mp}_{(n)} = 212_{(5)}$

Halla: $m^2 + n^2 + p^2$

A) 21 B) 36 C) 15
D) 18 E) 25

3 Se sabe que los numerales $210_{(a)}$; $\overline{a1}_{(b)}$; $\overline{2bc}_{(6)}$ y $\overline{bb}_{(c)}$ están bien escritos y a, b y c son cifras diferentes entre sí. Halla: a + b + c

A) 10 B) 13 C) 12
D) 7 E) 14

4 Si: $\overline{12a}_{(b)} + \overline{2b3}_{(c)} + 215_{(a)} + \overline{20c}_{(d)} = \overline{e0d}$

Calcula: a + b + c + d + e

A) 36 B) 32 C) 30
D) 34 E) 35

5 Sabiendo que: $2143_{(n)} = \overline{1abc}_{(6)}$

Halla: a + b + c + n

A) 10 B) 11 C) 12
D) 13 E) 14

6 El número 118 (en base 10) se escribe como 433 en base x, halla el valor de x.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

7 Si: $567_{(n)} = \overline{4x6}_{(a)}$, además, **a** es una cifra.
Halla: $n + x$

A) 12 B) 13 C) 9
D) 11 E) 10

8 Si $\overline{4(b+1)3}_{(6)} = \overline{bbb4}_{(n)}$, expresa $\overline{bbb4}_{(n)}$ en el sistema decimal.

A) 149 B) 159 C) 169
D) 205 E) 209

9 La suma de cifras del numeral $136_{(n)}$ en base $n + 1$ es $\frac{n}{2}$.
Halla n.

A) 12 B) 8 C) 18
D) 10 E) 6

10 Si: $a > 2$ y $\overline{(2a)(2a)(2a)}_{(8)} = \overline{a06}_{(n+1)}$
Halla n.

A) 9 B) 10 C) 12
D) 11 E) 13

11 Determina el valor de n si:
$354_{(n+1)} = 455_{(n)}$

A) 9 B) 8 C) 7
D) 6 E) 5

12 Si se cumple: $\overline{ab2} = 1331_{(n)}$
Expresa $\overline{(a+1)(2b)}_{(n+1)}$ en base nueve.

A) $55_{(9)}$ B) $36_{(9)}$ C) $42_{(9)}$
D) $46_{(9)}$ E) $54_{(9)}$

13 ¿Cuál es el valor de $(a + b)$, si: $\overline{abb}_{(9)} = \overline{bba}_{(6)}$?

A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9

14 Halla el número $\overline{abab}$ que sumado con el producto de $\overline{ab}$ con el menor número cuya suma de cifras es 22 resulta 22 800.

A) 3838 B) 3939 C) 3737
D) 3636 E) 4040

Claves

1. A
2. A
3. C
4. E
5. C
6. E
7. B
8. B
9. A
10. D
11. C
12. A
13. C
14. A

Practiquemos



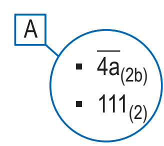
NIVEL 1

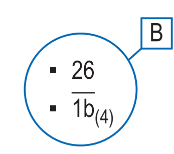
Comunicación matemática

1. Completa la tabla:

Número	En base			
	4	3	6	9
643				
29				
181				
115				
34				

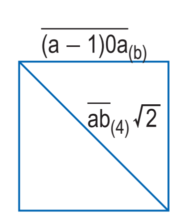
2. Si los siguientes conjuntos son iguales, calcula: $a + b$





A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7

3. Halla: $a^2 + b$, si la siguiente figura es un cuadrado.



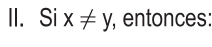
A) 6 B) 7 C) 8
D) 9 E) 10

Razonamiento y demostración

4. Indica verdadero o falso según corresponda:

I. Si $a + b + c = d$, entonces:

$2d \le \overline{dm}_{\overline{1a}_{\overline{1b}_{\overline{1c}_{(d)}}}}$ ( )



II. Si $x \ne y$, entonces:



$\overline{xxyy}_{(2)} = 14$ ( )

III. $1331_{(x)} = (x + 2)^3$ ( )

5. Sea: $\overline{ab}_{(n)}^{\overline{ab}_{(n)}} = 27$

De las proposiciones:

I. Si $n = 2$; entonces $a + b = 1$.

II. Si $n = 3$; entonces $b = 0$.

III. Si $n = 2$; entonces $b \ne 0$.

Son verdaderas:

A) Solo I B) Solo II
C) Solo III D) I y II
E) II y III

Resolución de problemas

6. Calcula n si:

$\overline{(n+1)n(n-1)} \times 9 + (n-3) = \overline{nnnn}$

A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 4

7. Al expresar $121_{(n)}$ en base $n + 1$. La suma de sus cifras es:

A) 2 B) 3 C) 4
D) 1 E) 5

8. Si: $N = 2 \times 8^4 + 5 \times 8^3 + 4 \times 8^2 + 45$, ¿cómo se escribe N en base 8?

A) $24445_{(8)}$ B) $25454_{(8)}$
C) $25455_{(8)}$ D) $25544_{(8)}$
E)$25452_{(8)}$

9. Calcula: $(x + y)$

Si: $\overline{xy}_{(9)} = \overline{yx}_{(7)}$

A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9

10. Halla x.

Si: $1000_{(x)} = \overline{2ab}$

A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. Observa y completa la tabla:

Número anterior (base 4)	Número	Número posterior (base 11)
	271	
$1332_{(4)}$		
		$9(10)2_{(11)}$
	314	
		$(10)(10)_{(11)}$

12. Relaciona:

$173_{(8)}$ ○	○ $(10)1_{(11)}$
13 ○	○ $1320_{(5)}$
111 ○	○ 14
210 ○	○ 123
$32_{(4)}$ ○	○ $10_{(13)}$

Razonamiento y demostración

13. Indica verdadero o falso según corresponda:

I. Si $\overline{ab}_{(5)} = 2 \times \overline{cc}$; entonces $a + b + c = 7$ ( )

II. $\overline{a1}_{(n)} \times \overline{(a-1)(n-1)}_{(n)} + 1 = 100_{(an)}$ ( )

III. Si $\overline{ab}_{(4)} + \overline{xy}_{(3)} = 23$; entonces $a + x = b + y$ ( )

14. Si:

$\underbrace{\overline{1n}_{\overline{1n}_{\cdot_{\cdot_{\overline{1n}}}}}}_{\text{n veces}} = \overline{1x}$; $x > 0$

Se puede afirmar:

I. Si $n = 2$; entonces $x = 4$.

II. x puede tomar los siguientes valores: 1; 2; 4; 9

III. n puede ser igual a cero.

A) Solo I B) Solo II
C) Solo III D) I y II
E) I y III

Resolución de problemas

15. Halla $a + b + c$, si se cumple:

$\overline{(a+1)(a-1)a}_{(3)} = \overline{bc}$

A) 7 B) 8 C) 10
D) 11 E) 12

16. Calcula $a + n$.

Si: $\overline{(2a)(2a)(2a)}_{(8)} = \overline{a06}_{(n-1)}$

A) 12 B) 14 C) 16
D) 17 E) 18

17. Calcula el valor de **a** si:

$\overline{1a}_{12_{(a)}} = 31_{(5)}$

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 7

18. Si: $\overline{aaaa}_{(7)} = \overline{bcdc}$

Calcula: (a + b + c + d)

A) 7 B) 8 C) 9
D) 10 E) 5

19. Halla (m + n), si:

$\overline{45m}_{(n)} = 341_{(7)}$

A) 4 B) 8 C) 12
D) 10 E) 11

20. Carlos tiene $\overline{ab}$ años y dentro de 6a años tendrá 66 años.
Halla: a . b

A) 5 B) 6 C) 8
D) 10 E) 12

NIVEL 3

Comunicación matemática

21. Completa la tabla:

Sistema de numeración	Menor numeral de 5 cifras diferentes	Mayor numeral de 3 cifras	Mayor numeral de 4 cifras diferentes
Nonario			
Heptanario			
Undecimal			
Ternario			
Octanario			

22. Completa los recuadros si cada uno de ellos representa una cifra.

$2^{\square} = \overline{1\square}_{(3)}$

$12_{(\square)} + 13_{(\square)} = 12$

$46 = \overline{\square\square\square}_{(4)}$

$4517_{(8)} = \square \times \square^{\square} + \square \times \square^{\square}$



$+ \square \times \square^{\square} + \square$

$\overline{\square\square\square\square}_{(7)} = \square^{\square} - 1$

Razonamiento y demostración

23. Indica verdadero o falso según corresponda:

I. Si $\overline{ab}_{(7)} - \overline{4b}_{(7)} = \overline{xy}_{(3)}$; entonces $(a + y)^x = 27$ ☐

II. Si $\overline{mnp}_{(5)} = \overline{pnm}_{(7)}$; entonces n = 0. ☐

III. Si $\overline{aba}_{(4)} = \overline{(2x)6}$; entonces a = 2. ☐

24. Si:

$$\overline{ab}_{(n)} = \overline{\left(\frac{x}{m}\right)\left(\frac{x+m}{m-1}\right)(2m+1)}_{(6)}$$

De las proposiciones:

I. El menor valor que puede tomar n es 9.
II. Si n = 11; entonces a + b = 12.
III. Si a + b = 1; entonces n = 64.

Son verdaderas:

A) Solo I B) Solo II C) I y II
D) I y III E) Todas

Resolución de problemas

25. Los siguientes numerales están correctamente escritos: $\overline{am4}_{(b)}$; $\overline{m31}_{(a)}$; $\overline{ccc}_7$; $\overline{2baa}_{(c)}$
Halla: a + b + c

A) 13 B) 15 C) 14
D) 12 E) 16

26. ¿Cuántas cifras tiene un numeral en el que la cifra de cuarto orden es la quinta cifra?

A) 6 B) 7 C) 8
D) 9 E) 10

27. Halla la suma de cifras al expresar N en el sistema octanario, sabiendo que:

$N = 7 \times 8^6 + 11 \times 8^3 + 35 + 17 \times 8^2 - 8^4$

A) 20 B) 17 C) 18
D) 19 E) 21

28. El número 318 se expresa en la base n como $\overline{aabb}$. Calcula: a + b + n

A) 7 B) 9 C) 10
D) 11 E) 12

29. ¿Cuántos numerales de tres cifras todas impares y diferentes existen en el sistema heptanario?

A) 6 B) 7 C) 8
D) 10 E) 12

30. ¿Cuál es el sistema de numeración donde existen 448 numerales de tres cifras, siendo estas cifras diferentes entre sí?

A) Octanario B) Nonario
C) Duodecimal D) Quinario
E) Undecimal

Claves

NIVEL 1
1.
2. C
3. B
4.
5. E
6. D
7. D
8. C
9. C
10. D

NIVEL 2
11.
12.
13.
14. A
15. D
16. C
17. E
18. A
19. B
20. C

NIVEL 3
21.
22.
23.
24.
25. B
26. D
27. A
28. C
29. A
30. B



Aplicamos lo aprendido

TEMA 4: OPERACIONES BÁSICAS EN EL CONJUNTO $\mathbb{Z}^+$

1 Sabiendo que: $\overline{abc} - \overline{cba} = \overline{mnp}$
Halla: $m + n + p$

A) 16 B) 15 C) 17
D) 18 E) 20

2 Según la sucesión: 13; 19; 25; ...
Halla el t_{20}.

A) 124 B) 126 C) 127
D) 128 E) 130

3 Si: $\overline{aa} + \overline{bb} + \overline{cc} = 176$.
Halla: $S = \overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab}$, y da como respuesta la suma de cifras de S.

A) 14 B) 16 C) 18
D) 20 E) 21

4 Si: $\overline{abcd} \times 999 = (...0264)$
Halla: $a + b + c + d$

A) 22 B) 21 C) 20
D) 19 E) 18

5 En una división el cociente es 13, el divisor es el triple del cociente, y el residuo el máximo posible. Halla la suma de cifras del dividendo.

A) 14 B) 10 C) 8
D) 15 E) 18

6 Sabiendo que C.A.$(\overline{abc}) - \overline{cba} = 254$, $a - c = 2$.
Calcula: $a \times b \times c$

A) 81 B) 90 C) 56
D) 36 E) 16

7 Si: $\overline{abc} + \overline{bac} = \overline{dc2}$. Halla: $a + b + c + d$

A) 10 B) 11 C) 12
D) 13 E) 16

8 ¿Cuántos números impares de la forma $\overline{ababab}$ existen en el sistema quinario?

A) 9 B) 12 C) 15
D) 10 E) 8

9 Si en una división el residuo por exceso, el residuo por defecto, el divisor y el cociente por defecto son números pares consecutivos. ¿Cuál es el valor del dividendo?

A) 46 B) 52 C) 53
D) 54 E) 60

10 Halla: $x + y + z + v$. Si: $\overline{xyz}_{(9)} + \overline{2z3}_{(9)} + \overline{yxz}_{(9)} = \overline{vx74}_{(9)}$

A) 10 B) 12 C) 16
D) 19 E) 13

11 Calcula: $a + b + c$
Si: $\overline{abc} \times 41_{(8)} = ...481$

A) 14 B) 13 C) 12
D) 9 E) 7

12 Halla a, si:
$C.A.(\overline{abc}) = {*}4{*}$
$\overline{abc} \,.\, 3 = {*}{*}{*}1$
$\overline{abc} \,.\, 9 = {*}9{*}{*}$

A) 7 B) 5 C) 8
D) 6 E) 9

13 En una división entera el residuo es 37 y el cociente es 13. Halla el dividendo, sabiendo que es menor que 560 y termina en 4.

A) 314 B) 414 C) 584
D) 614 E) 544

14 Si la siguiente progresión aritmética:
$\overline{ab}_{(n)}$; $\overline{a(b+2)}_{(n)}$; $\overline{b1}_{(n)}$; $\overline{4b}_{(n)}$; ...; $\overline{aaa}_{(n)}$, tiene 74 términos;
halla: $a + b + n$

A) 12 B) 13 C) 15
D) 16 E) 14

Claves

1. D	3. E	5. A	7. E	9. B	11. A	13. E
2. C	4. B	6. C	8. D	10. C	12. D	14. A

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Si la siguiente progresión aritmética tiene 29 términos, completa los recuadros:

☐ ; 35 ; ☐ ; 53 ; 62 ; ...; ☐

2. Dada la siguiente adición:

$$\begin{array}{r} \overline{cba}\,+ \\ 222 \\ 111 \\ \overline{a1} \\ \hline \overline{ba9} \end{array}$$

Completa los recuadros:

I. $\overline{ab} - \overline{ac} =$ ☐

II. $\overline{1a} \times \overline{1b} \times \overline{1c} =$ ☐

III. $a + b + c =$ ☐

3. Si:

N = $\overline{◯◯◯}$

donde cada círculo representa una cifra y además C.A.(N) = 3.
Completa los recuadros:

I. $\sqrt{n + 27} =$ ☐

II. $\sqrt{n - 36} + 18 =$ ☐

III. $N - 5^2 + 25^2 =$ ☐

Razonamiento y demostración

4. Si:

$\overline{abc} - \overline{cba} = N$, $c < a$

Indica verdadero o falso según corresponda:

I. Si N tiene dos cifras, la cifra de mayor orden es 9. ☐

II. N puede ser de una cifra. ☐

III. Si N es de tres cifras, la cifra de orden impar es 9. ☐

5. Indica verdadero o falso según corresponda:

I. Si $\overline{a3} \times \overline{bc} = \overline{de3}$, entonces c puede ser diferente de 1. ☐

II. Si $\overline{mn}_{(4)} - \overline{nm}_{(4)} = \overline{pq}_{(4)}$, entonces p puede ser igual a 3. ☐

III. Si $1 + 2 + 3 + ... + n = \overline{a5}$; entonces n =10. ☐

Resolución de problemas

6. Halla c si:

$\overline{a74b} + \overline{c7a} + \overline{5ba2} = \overline{bba68}$

A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 8

7. Si: $\overline{abc} - \overline{mnp} = \overline{cba}$

Halla: $\overline{mnp} + \overline{npm} + \overline{pmn}$

Da como respuesta la cifra de las decenas.

A) 9 B) 8 C) 7
D) 6 E) 5

8. Si:

$\overline{abc} \times a = 1916$

$\overline{abc} \times b = 3353$

$\overline{abc} \times c = 4311$

Calcula: $\overline{abc} \times \overline{cba}$

A) 466 456 B) 466 546 C) 644 656
D) 465 664 E) 646 464

9. Sabiendo que: C. A. (C.A.($\overline{abcd}$)) = 64

Halla el valor de: $a + b + c + d$

A) 19 B) 28 C) 20
D) 24 E) A o B

10. Calcula el número de términos de la siguiente sucesión:

$147_{(n)}$; $160_{(n)}$; $175_{(n)}$; ....; $305_{(n)}$

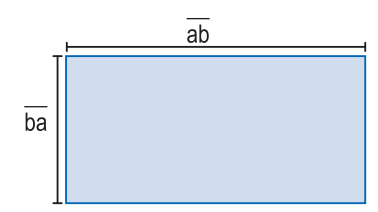
sabiendo que forman una progresión aritmética.

A) 17 B) 16 C) 15
D) 14 E) 13

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. Dado el siguiente rectángulo cuya área es 1207.



Completa los recuadros:

I. $\overline{ab} - \overline{ba} =$ ☐

II. $1 + 2 + 3 + 4 + ... + \overline{ab} =$ ☐

III. $1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + \overline{ba}^2 =$ ☐

12. Dada la multiplicación:

$$\begin{array}{r} \square\,\square\,3\ \times \\ \square\,\square \\ \hline \square\,5\,\square \\ 1\,\square\,\square\,9\ \ \\ \hline \square\,\square\,0\,\square\,3 \end{array}$$

I. La suma de cifras del multiplicador es ☐.

II. La suma de cifras del producto es ☐.

III. La suma del multiplicando con el multiplicador es ☐.

Razonamiento y demostración

13. De las siguientes proposiciones:

I. C.A. $(\overline{mn}_{(5)}) \leq 20$ ☐

II. Si $\overline{ab} \times (\overline{ab} + 1) \times 5 = \overline{5mn}$, entonces: $m + n = 5$ ☐

III. Si $n, m \in \mathbb{Z}^+$ y $n > 2$, entonces: C. A. $(n^m) = (n - 1) \times n^m$ ☐

Son verdaderas:

A) Solo I B) Solo II C) Solo III
D) II y III E) Todas

14. Sean las divisiones enteras:

$D = dq + r, 0 < r < d$

$D = d'q' + r', \ 0 < r' < d'$

Indica verdadero o falso según corresponda:

I. Si $d = d'$ y $r = r'$ entonces $q = q'$. ☐

II. Si $d = d'$ y $q' = q + 1$ entonces $r + r' = d$. ☐

III. Si $d = d'$ y $q' = q + 1$ entonces $r' < 0$. ☐

Resolución de problemas

15. Si: $\overline{ab} + \overline{bc} = 79$ y $a + b + c = 12$

Halla: $a^2 + b^2 + c^2$

A) 65 B) 30 C) 25
D) 35 E) 50

16. Si: $\overline{abc} - \overline{cba} = \overline{mn3}$ y $b = a + c$

Halla: $a^2 + b^2 + c^2$

A) 193 B) 194 C) 145
D) 206 E) 146

17. Si: $\overline{abc} \times 19 = ...541$; $\overline{abc} \times 13 = ...107$

Halla la suma de las tres últimas cifras del producto $\overline{abc} \times 24$.

A) 14 B) 16 C) 18
D) 13 E) 15

18. Al dividir un número de 3 cifras por otro de 2 cifras se obtiene 11 de cociente y 25 de residuo. Si se les tomara el complemento aritmético y se les dividiera, se obtendría esta vez 7 de cociente y 19 de residuo. Halla la suma de las cifras del dividendo junto con las del divisor.

A) 25 B) 26 C) 27
D) 28 E) 29

19. Calcula la suma de términos de la siguiente progresión aritmética si la cantidad de términos que hay entre 39 y 93 es el doble de la cantidad de términos que hay entre 9 y 39.

9; ...; 39; ...; 93

A) 765 B) 280 C) 420
D) 741 E) 648

20. Halla la suma de cifras de N, si se sabe:

$28N = \overline{a72(b + 2)6}$

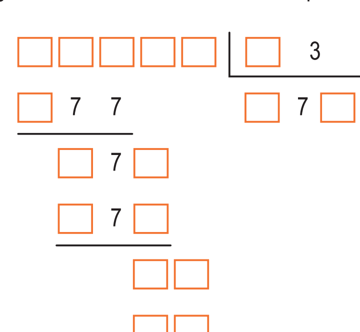
$43N = \overline{(a + 2)72b6}$

A) 8 B) 9 C) 10
D) 11 E) 12

NIVEL 3

Comunicación matemática

21. Si en la siguiente división, cada recuadro representa una cifra:



I. La suma de cifras del dividendo es ☐.

II. El producto de cifras del cociente es ☐.

III. La suma de cifras del divisor es ☐.

22. Si:

$$\begin{array}{r} mnp_{(7)} \times \\ ab2_{(7)} \\ \hline 1126_{(7)} \\ 1126_{(7)} \\ 1126_{(7)} \\ \hline cdefgh_{(7)} \end{array}$$

I. $m \times n \times p =$ ☐

II. $a + b + c + d + e + f + g + h =$ ☐

III. $\overline{ab} + \overline{cde} =$ ☐

Razonamiento y demostración

23. Si: $\overline{ab}_{(4)} + \overline{1c}_{(4)} + d = \overline{ba}_{(4)}$

Indica verdadero o falso según corresponda:

I. Si $d = c$, entonces $b = 2c + a$. ( )

II. Si $d \in \mathbb{Z}^+$ y $d < 3$, entonces c puede ser igual a 2. ( )

III. Si $d \in \mathbb{Z}^+$ y $d < 3$, entonces c puede ser igual a cero. ( )

24. Al dividir $\overline{jos}$ entre $\overline{ue}$, se obtuvo como cociente $\overline{6d}$ y residuo $\overline{du}$.

De las proposiciones:

I. La suma de las cifras de la diferencia entre el máximo y el mínimo valor del dividendo es 11.

II. Si la cifra de mayor orden del dividendo toma su máximo valor, entonces la suma de los valores que asume el divisor es 31.

III. El menor valor de la suma de cifras del C.A. $(\overline{jos} \times \overline{ue})$ es igual a 13.

Son verdaderas:

A) Solo I B) Solo II C) I y II
D) II y III E) Todas

Resolución de problemas

25. Halla el valor de $U + N + I$.

Si: $\overline{NUI} + \overline{NIU} + \overline{NU} = \overline{UNI}$

A) 11 B) 12 C) 13
D) 14 E) 15

26. Halla la suma de cifras del complemento aritmético de N, siendo:

$N = 2 \times 10^n + 3 \times 10^{n-2} + 5 \times 10^{n+2} + 7 \times 10^{n-1}$

A) 24 B) 26 C) 29
D) 31 E) 33

27. ¿En qué sistema de numeración existen 66 números de la forma: $\overline{a(a+b)b}_{(n)}$? Da como respuesta la base.

A) 10 B) 11 C) 12
D) 13 E) 14

28. Si: $(\overline{ab6})^2 = (\overline{...ab6})$

Halla: $a + b$

A) 6 B) 8 C) 10
D) 12 E) 14

29. El divisor y el residuo de una división son respectivamente 45 y 12. Halla el número menor que se le debe quitar al dividendo para que el cociente disminuya en 4 y la división siga siendo inexacta.

A) 192 B) 147 C) 191
D) 148 E) 153

30. Para enumerar las páginas en un libro se han utilizado $\underline{417}$ tipos de imprenta. Si la última página tiene la enumeración $\overline{abc}$, calcula: $a + b + c$

A) 12 B) 16 C) 14
D) 15 E) 13



Claves

NIVEL 1	7. A	13. E	20. B	26. C
1.	8. B	14.	NIVEL 3	27. C
2.	9. B	15. E	21.	28. C
3.	10. C	16. E	22.	29. D
4.	NIVEL 2	17. B	23.	30. E
5.	11.	18. D	24. D	
6. C	12.	19. A	25. A	

MARATÓN Matemática

Si: $\overline{bac}_{(d+2)} = \overline{abd}_{(c)}$

Halla el menor valor de $a^b + c + d$.

Resolución:

En la igualdad: $\overline{bac}_{(d+2)} = \overline{abd}_{(c)}$

Se cumple: $d < c < d + 2$

Como $\{a; b; c; d\} \subset \mathbb{N}$, entonces c es un número natural que se encuentra entre d y d + 2, es decir: $c = d + 1$

Reemplazando, se tiene:

$$\overline{ba(d+1)}_{(d+2)} = \overline{abd}_{(d+1)} \quad ...(\alpha)$$

$\Rightarrow 0 < b < a < d + 1$

Luego, por descomposición polinómica:

$b \times (d+2)^2 + a \times (d+2) + d + 1 = \overline{ab0}_{(d+1)} + d$

$b(d^2 + 2d + 1) + b(2d + 3) + a(d + 1) + a + 1 = \overline{ab0}_{(d+1)}$

$b(d+1)^2 + a(d+1) + b(d+1) + b + b(d+1) + a + 1 = \overline{ab0}_{(d+1)}$

$\overline{ba0}_{(d+1)} + \overline{bb}_{(d+1)} + \overline{ba}_{(d+1)} + 1 = \overline{ab0}_{(d+1)}$

Al efectuar la suma en base (d + 1), se tiene:

$$\begin{array}{r} \overset{1\,1}{} \\ \overline{ba0}_{(d+1)} + \\ \overline{bb}_{(d+1)} \\ \overline{ba}_{(d+1)} \\ 1 \\ \hline \overline{ab0}_{(d+1)} \end{array}$$

$b + a + 1 = d + 1$

$a + 2b + 1 = d + 1 + b$

$b + 1 = a$

Entonces:

$b = a - 1;\ d = 2a - 1;\ c = 2a$

Reemplazando en (α):

$$\overline{(a-1)a(2a)}_{(2a+1)} = \overline{a(a-1)(2a-1)}_{(2a)}$$

Esta igualdad se cumple para todo $a \in \mathbb{N}$, donde $a > 1$.

Luego:

Si $a = 2$: $b = 1$; $d = 3$; $c = 4$ $\Rightarrow$ $2^1 + 4 + 3 = 9$

Si $a = 3$: $b = 2$; $d = 5$; $c = 6$ $\Rightarrow$ $3^2 + 6 + 5 = 20$

$\vdots$

Por lo tanto, el menor valor de $a^b + c + d$ es 9.

1. En la siguiente tabla de verdad, completa en los recuadros los conectivos lógicos que pueden corresponder a los valores de verdad.

p	q	r	[(~p	□	q)	□	r]	□	[q	□	(~r	□	~q)]
V	V	V		V		V		V		V		V	
V	V	F		V		F		F		F		F	
V	F	V		F		V		F		F		V	
V	F	F		F		V		F		F		V	
F	V	V		F		V		V		V		V	
F	V	F		F		V		F		F		F	
F	F	V		V		V		F		F		V	
F	F	F		V		F		F		F		V	

2. Si un número escrito en una base impar tiene un número par de cifras, siendo todas ellas impares, al transformarlo a una base par, su última cifra será:

A) 5 B) 3 C) Par D) 7 E) 1

3. Si: $a > 2$ y $\overline{(2a)(2a)(2a)}_{(8)} = \overline{a06}_{(n+1)}$

Halla n.

A) 9 B) 10 C) 12 D) 11 E) 13

4. Al dividir $\overline{abc}$ entre $\overline{bc}$ se obtuvo 11 de cociente y 80 de residuo. Halla $\overline{abc}$.

A) 892 B) 782 C) 972 D) 942 E) 982

5. Halla x + y si:

$\overline{xyxyxy} = 13 \,.\, x \,.\, y \,.\, (\overline{xy})^2$

A) 8 B) 10 C) 11 D) 12 E) 9

6. Halla a + b – c; si:

$CA(\overline{abc}) = \overline{(b+2)(c+3)(a+5)}$

A) 1 B) 3 C) 5 D) 2 E) 4

7. Si: $\overline{abc} - \overline{mnp} = \overline{cba}$

Halla: $\overline{mnp} + \overline{npm} + \overline{pmn}$

Da como respuesta la cifra de las decenas.

A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

8. Si el siguiente esquema es falso:

$(p \wedge \sim q) \Rightarrow [(m \,\Delta\, r) \vee \sim r]$

Halla el valor de verdad de p; q; m y r, en ese orden.

A) VFFV B) VFVV C) VFFF
D) VVFF E) FVVF

9. Determina el valor de verdad de cada una de las siguientes proposiciones:

I. Si: 3 + 1 = 7, entonces: 4 + 4 = 8

II. No es verdad que: 2 + 2 = 5, si y solo si, 4 + 4 = 10.

III. Madrid está en España o Londres está en Francia.

A) VFV B) VVV C) VFF
D) FVF E) FFF

10. Halla la suma del segundo elemento y último elemento si ordenamos en forma ascendente a todos los elementos del conjunto A siendo:

$A = \{3x \,/\, x \in \mathbb{N} \wedge x^2 < 16\}$

A) 10 B) 11 C) 12
D) 14 E) 15

11. Si: $A = \{7x \,/\, 4x \in \mathbb{Z}^+,\ x < 5\}$

Halla n(A) y el máximo elemento de A.

A) 4 y 28 B) 4 y 38 C) 19 y 28
D) 20 y $\frac{19}{4}$ E) 19 y $\frac{133}{4}$


Unidad 2

RECUERDA

Los números imaginarios

En el siglo XVI los matemáticos Tartaglia y Cardano al estudiar la ecuación de tercer grado permitieron discutir por primera vez a las cantidades imaginarias. Por esa época, la aceptación de los números negativos e irracionales fue un proceso gradual, aunque inicialmente, solo interesaban las soluciones racionales y positivas. A los números irracionales y negativos se les logró interpretar geométricamente de manera simple en una recta numérica, lo que no sucedía con los números imaginarios, esto retrasó considerablemente su aceptación. Por otra parte los números imaginarios eran una especie de caja negra mágica, que con algo de arrojo permitían resolver algunas ecuaciones.

Recién a principios del siglo XIX, a los números imaginarios se les dio una interpretación geométrica como puntos en el plano llamado PLANO COMPLEJO, gracias a los estudios del cartógrafo noruego Caspar Wesel, al contador suizo radicado en París Jean Argand y principalmente al matemático alemán Carl Gauss.

Es sabido que un número complejo denotado con el símbolo Z, gráficamente queda determinado por una pareja de números reales (a; b) y binómicamente se representa Z = a + bi, donde a es la parte real y bi es la parte imaginaria.

La virtud principal de los números complejos radica en que, a diferencia de los números reales, todo polinomio tiene raíces dentro de los números complejos; o en otras palabras, toda ecuación polinomial puede resolverse dentro de los números complejos. Esto se conoce como el teorema fundamental del Álgebra.

Reflexiona

- *La violencia, el odio, los prejuicios y una evaluación de nuestro mundo indican que nos queda mucho camino por recorrer antes de llegar a un mundo de paz interior y exterior.*
- *Quisiera decir lo que pienso y siento hoy, con la condición de que quizá mañana lo contradiga todo. Es que somos seres perfectibles y en constante superación.*
- *Abra su mente a todas las posibilidades, a resistirse a todos los intentos de encasillarse y a negarse a dejar que el pesimismo penetre en su conciencia.*

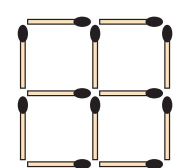
¡Razona...!

La gráfica nos muestra a 12 palitos de fósforo (todos del mismo tamaño).

- **x** es el menor número de palitos que se mueven de tal manera que se formen 10 cuadrados.
- **y** es el menor número de palitos que se mueven de tal manera que quedan 3 cuadrados iguales.
- **z** es el menor de palitos que se mueven para formar 7 cuadrados.

Halla: x + y + z

A) 7
B) 8
C) 9
D) 10
E) 11








TEMA 1: TEORÍA DE LA DIVISIBILIDAD

1 ¿Cuántos números de 3 cifras son múltiplos de 15?

A) 40 B) 60 C) 100
D) 150 E) 300

2 Halla el residuo de dividir (936×877) por 7.

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 0

3 ¿Qué valor toma n, si $\overline{12n} + 57^{79}$ es divisible por 7?

A) 2 B) 3 C) 5
D) 4 E) 9

4 Determina el máximo valor de a . b, sabiendo que:
$\overline{ab43ab} = \overset{\circ}{33} + 15$

A) 10 B) 48 C) 24
D) 40 E) 35

5 Halla el menor múltiplo de 6, que toma x en:
$3(x - 2) = \overset{\circ}{5}$

A) 2 B) 7 C) 6
D) 18 E) 12

6 Halla la suma de los dos menores valores de n, si: $21n = \overset{\circ}{35}$

A) 18 B) 15 C) 14
D) 13 E) 17

7 Si: $8(x-1)=\overset{\circ}{14}$
Indica la suma de los tres menores valores de x.

A) 28 B) 29 C) 30
D) 24 E) 20

8 Si $(17\ 291)^{\overline{mn}}=\overset{\circ}{9}+4$; halla el mayor valor de $\overline{mn}$.

A) 95 B) 96 C) 97
D) 98 E) 99

9 Luis tiene S/. 2230 y decide comprar cajas de leche y aceite a S/. 80 y S/. 30 cada caja, respectivamente. ¿Cuántas cajas comprarán en total, sabiendo que la cantidad de cajas de leche es la menor posible?

A) 67 B) 68 C) 69
D) 70 E) 71

10 ¿Qué valor tomará $a-b$, si $\overline{abab}$ es divisible por 63?

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

11 Si $\overline{a1}+\overline{a2}+\overline{a3}+...+\overline{a7}$ es divisible por 11, calcula a.

A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7

12 Si: $\overline{aba}=\overset{\circ}{7}$ y $\overline{bab}=\overset{\circ}{8}$
Calcula: $b-a$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

13 Calcula el residuo de dividir:
$A=1+2+3+...+12$ por 7.

A) 2 B) 3 C) 4
D) 1 E) 5

14 Si el número $\overline{8abc}$ se divide entre 37, se obtiene 4 de residuo. Entonces el residuo que se obtiene al dividir $\overline{abc6}$ entre 37 es:

A) 4 B) 5 C) 3
D) 1 E) 7

Claves

1. B 3. C 5. E 7. D 9. E 11. B 13. D
2. B 4. D 6. B 8. D 10. C 12. E 14. C

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Relaciona



2. Si en la siguiente pirámide, cada número se obtiene multiplicando los dos números que se encuentran debajo de él, calcula $a^2 + b^2 + c^2$, si además, $a + b + c < 10$

$\overset{\circ}{11}+c$

$\overset{\circ}{11}+c \quad \overset{\circ}{11}+c$

$\overset{\circ}{11}+a \quad \overset{\circ}{11}+b \quad \overset{\circ}{11}+a$

$\overset{\circ}{11}+b \quad \overset{\circ}{11}+3 \quad \overset{\circ}{11}+8 \quad \overset{\circ}{11}+9$

A) 41 B) 42 C) 43
D) 44 E) 45

3. Si:

$\boxed{\overset{\circ}{a}+r \;\big|\; \overset{\circ}{b}+r} = \overset{\circ}{\overline{\text{MCM}(a;\, b)}} + r$

Entonces:

$\boxed{\overset{\circ}{3}-1 \;\big|\; \overset{\circ}{8}+2} + \boxed{\overset{\circ}{6}-3 \;\big|\; \overset{\circ}{8}+3} + \boxed{\overset{\circ}{12}+9 \;\big|\; \overset{\circ}{8}-3}$

Es igual a:

A) $\overset{\circ}{24}+5$ B) $\overset{\circ}{24}+2$ C) $\overset{\circ}{8}-3$
D) $\overset{\circ}{8}+6$ E) $\overset{\circ}{12}+3$

Razonamiento y demostración

4. Indica verdadero o falso según corresponda:

I. Si $\overline{ab} + \overline{ba} = \overset{\circ}{9}$; entonces $\overline{ab} = \overset{\circ}{9}$. ( )

II. $\overline{xyz241}^{64} = \overset{\circ}{8} + 1$. ( )

III. Si $12 = \overset{\circ}{n}$; entonces $n \in \{1; 2; 3; 4; 5; 12\}$. ( )

5. Si:

$N + \overline{xyz}_{(a)} + \overline{a^2b}_{(n)} = \overline{ab}_{\overline{ca}_{(n)}}$

Indica verdadero o falso según corresponda:

I. Si $x - 1 = y = z = 0$, entonces $N = \overset{\circ}{n}$. ( )

II. Si $z = 0$, entonces $N = \overset{\circ}{a} + 1$. ( )

III. Si $c = a$ y $y + z = 0$, entonces $N = \overset{\circ}{a^2}$. ( )

Resolución de problemas

6. Efectúa:

$(\overset{\circ}{5}+3)(\overset{\circ}{5}-3)(\overset{\circ}{5}+7)$

A) $\overset{\circ}{5}-1$ B) $\overset{\circ}{5}$ C) $\overset{\circ}{5}+1$
D) $\overset{\circ}{5}+2$ E) $\overset{\circ}{5}-2$

7. Indica lo falso:

A) $(\overset{\circ}{17}) \times 0 = \overset{\circ}{17}$

B) $(\overset{\circ}{13})^4 = \overset{\circ}{13}$

C) $(\overset{\circ}{12}) \times 7 = \overset{\circ}{12}$

D) $19 = \overset{\circ}{8} + 1$

E) $23 = \overset{\circ}{4} + 3$

8. ¿Cuál es la suma de cifras del quinto múltiplo entero positivo de 13?

A) 13 B) 11 C) 15 D) 9 E) 8

9. Calcula un valor de c, si $\overline{24cc}$ es múltiplo de 7.

A) 5 B) 7 C) 8
D) 6 E) 9

10. Encuentra el valor de a, si $\overline{15a76}$ es divisible por 9.

A) 9 B) 8 C) 0
D) 4 E) 6

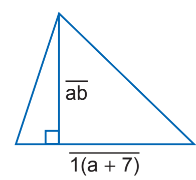
NIVEL 2

Comunicación matemática

11. Completa la tabla escribiendo los residuos al dividir las cantidades dadas.

DIVISORES		DIVIDENDOS			
		435	9614	6864	5643
	3				
	5				
	11				
	4				

12. Si el área del siguiente triángulo es $\overline{c(c+d)d}$, calcula: $a+b+c+d$



A) 11 B) 12 C) 13
D) 14 E) 15

Razonamiento y demostración

13. Demuestra:
Si $\overline{abcde} = \overset{\circ}{11} \Rightarrow a+c+e-b-d = \overset{\circ}{11}$

14. Sea:
$N = \overline{xyzw}_{(n)} = \overset{\circ}{m} + 3$

De las siguientes proposiciones:

I. Si $n = 3$ y $m = 5$; entonces N toma 11 valores.

II. Si $x = y = z = 2$ y $n = m - 1 > 5$; entonces $w = 5$.

III. Si $y + z + w = \overset{\circ}{9}$ y $n - 1 = m = 9$ entonces $x = 4$.

Son verdaderas:

A) Solo I B) Solo II C) Solo III
D) I y II E) II y III

Resolución de Problemas

15. Calcula el menor valor positivo de x tal que:
$5(x+4) + 7^{2014} = \overset{\circ}{7}$

A) 5 B) 3 C) 2
D) 4 E) 1

16. Halla x, si:
$\overline{1x} + \overline{2x} + \overline{3x} + \ldots + \overline{10x} = \overset{\circ}{9}$

A) 7 B) 8 C) 9
D) 10 E) 6

17. Si: $\overline{ab3b} = \overset{\circ}{12}$
Calcula el máximo valor de: $a+b$

A) 12 B) 13 C) 14
D) 15 E) 18

18. Determina el valor de x para que el numeral $\overline{34x67}$ al dividirlo por 11, nos dé 3 de residuo.

A) 2 B) 5 C) 6
D) 7 E) 3

19. Calcula el residuo de dividir:

$N = 1 + 2 + 3 + \ldots + 20$ por 9.

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

20. Halla el residuo de dividir el producto:

17×54 por 7.

A) 4 B) 3 C) 5
D) 6 E) 1

NIVEL 3

Comunicación matemática

21. Completa en los recuadros:

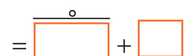
I. $2\,791\,749\square = \overset{\circ}{8} + 1$

II. $7429 = \overset{\circ}{\overline{\square}}$

III. $(\overset{\circ}{7} + \square)^3 = \overset{\circ}{7} + 6$

IV. $\overline{abc7}_{(9)} \times \overline{xyz21}_{(3)} = \overset{\circ}{\overline{\square}} + \square$

V. $(\overline{ccabba}_{(11)} + 1) \times 1111222334_{(13)}$

$= \overset{\circ}{\overline{\square}} + \square$ 

22. En la siguiente tabla, marca con un aspa los pares ordenados que sean soluciones de la ecuación diofántica:
$7x + 12y = 236$

(20; 8)	(22; 22)	(15; 15)
(1; 1)	(32; 1)	(2; 2)
(20; 20)	(2; 22)	(3; 1)
(15; 8)	(32; 32)	(8; 15)

Razonamiento y demostración

23. Indica verdadero o falso según corresponda:

I. Si $9y + 3x = \overset{\circ}{15}$; $20y + 4x = \overset{\circ}{28}$, entonces $2y - x$ siempre es múltiplo de 35; $x, y \in \mathbb{Z}$.

II. $\forall\, n \in \mathbb{Z}, \exists\, k \in \mathbb{Z}^+ / k < n \wedge n = \overset{\circ}{k}$

III. Si $A = \{n \in \mathbb{Z}^+ / n \,.\, k = 30;\ k \in \mathbb{Z}\}$;
entonces para todo $n \in A$ se cumple:
$\overline{(n+1)} = \overset{\circ}{12}$

A) VVV B) FFV C) FFF
D) VFF E) FVF

24. Si:
$A = \{x/x - 5 = 10n,\ n \in \mathbb{Z}^+\}$
Indica verdadero o falso según corresponda:

I. $\forall\, x \in A$: $x^2 - 1 = \overset{\circ}{8}$ ☐

II. Para cualquier subconjunto $\{x, y, z\} \subset A$
Se cumple:
$x + y + z + 1 = \overset{\circ}{4}$ ☐

III. $\forall\, x \in A, \exists\, p \in A / x + p = \overset{\circ}{10}$ ☐

Resolución de problemas

25. Halla a, si:
$\overline{a4a4a} = \overset{\circ}{8}$

A) 2 B) 6 C) 8
D) 10 E) 9

26. Calcula la suma de todos los números $\overline{bcd}$ posibles que cumplan:
$\overline{3bcd} = \overset{\circ}{165}$

A) 3685 B) 3886 C) 3485
D) 3285 E) 3395

27. Halla a + b, si:
$\overline{aba(b-6)} = \overset{\circ}{44}$

A) 13 B) 11 C) 20
D) 8 E) 14

28. Jesús dispone de 630 soles con los cuales compra artículos cuyos precios son S/.45, S/.21 y S/.35. ¿Cuál es la máxima cantidad de artículos que puede comprar, si debe comprar al menos un artículo de cada tipo?

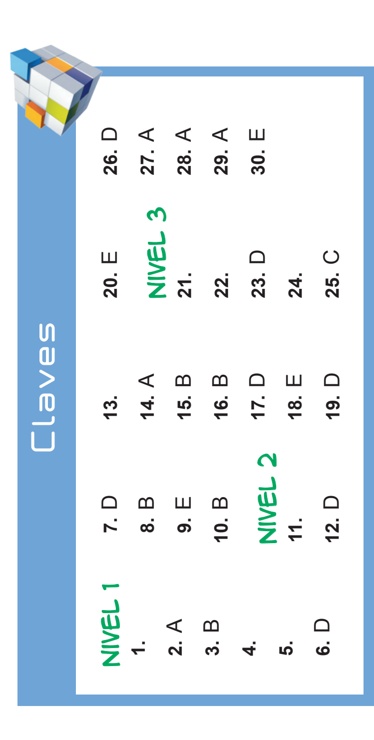
A) 20 B) 22 C) 19
D) 15 E) 24

29. Calcula n, si:
$\overline{90n1738} = \overset{\circ}{11} + r$
$\underbrace{\overline{UNIUNI...UNI}}_{900\text{ cifras}} = \overset{\circ}{9} + r \wedge$
$U + N + I = 6$

A) 2 B) 6 C) 0
D) 5 E) 3

30. Si $364^{227^{1024}} = \overset{\circ}{9} + x$
Calcula x.

A) 9 B) 3 C) 5
D) 8 E) 7



Aplicamos lo aprendido



TEMA 2: ESTUDIO DE LOS DIVISORES POSITIVOS DE UN NÚMERO

1 El número $3^b \cdot 5^a$ tiene 3 divisores más que el número $2^a \cdot 5^3$. Halla la diferencia de los números.

A) 12 000 B) 1625 C) 1525
D) 500 E) 600

2 Calcula (a – b), si se sabe que $\overline{aabb}$ tiene 21 divisores.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

3 ¿Cuántos divisores que son múltiplos de 6, pero no de 5 tiene el número 18 000?

A) 6 B) 8 C) 9
D) 10 E) 12

4 Un alumno al calcular el número de divisores de N, encontró erróneamente 49, porque consideró a 4 y 9 como números primos. ¿Cuál es el verdadero número de divisores de N?

A) 81 B) 100 C) 121
D) 144 E) 169

5 Halla el residuo de dividir E entre 25.

$E = 36^{20} + 36^{40} + 36^{60} + ... + 36^{340}$

A) 15 B) 16 C) 17
D) 18 E) 19

6 ¿Cuántos triángulos rectángulos existen tales que su área sea igual a 120 m^2, y sus catetos sean cantidades enteras y diferentes?

A) 10 B) 20 C) 30
D) 40 E) 50

7 ¿En cuántos ceros termina 37!?

A) 7 B) 8 C) 9
D) 10 E) 11

8 El MCD de dos números es 28 y el MCM es 168. Si uno de ellos es $\overset{\circ}{11} + 1$, el otro es:

A) $\overset{\circ}{11} + 3$ B) $\overset{\circ}{11} + 5$ C) $\overset{\circ}{11} + 7$
D) $\overset{\circ}{11} + 9$ E) $\overset{\circ}{11} + 10$

9 ¿Cuáles son los números primos entre sí, cuyo MCM es 330 y su diferencia es 7?

A) 22 y 29 B) 18 y 25 C) 14 y 21
D) 22 y 15 E) 55 y 46

10 Si el MCD de A y B es 120n y el MCD de B y C es 96n y el MCD de A; B y C es 72. Halla el valor de n.

A) 12 B) 10 C) 6
D) 5 E) 3

11 Si: MCD(A; B) = 4k
MCD(C; D) = 6k,
Además MCD(A; B; C; D) = 24, halla k.

A) 8 B) 10 C) 11
D) 12 E) 18

12 Si: $A = \overline{ab}!$; $B = 31!$; $C = \overline{a(b-1)}!$
y $a > 4$, MCD(A; B; C) = $\overline{mn}!$, halla: (m + n)

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

13 Al dividir el MCM de N! y (N! + 1) entre el MCD de N! y 7N!, se obtiene $\overline{7ab}$. Halla: a + b

A) 2 B) 3 C) 72
D) 84 E) 96

14 Sobre el contorno de un terreno rectangular de 7480 m y 1020 m de dimensiones se desea plantar árboles a una misma distancia de manera que haya un árbol en cada esquina. Calcula la menor cantidad de árboles que se puede plantar.

A) 250 B) 150 C) 100
D) 50 E) 75

Claves

1. C 2. C 3. B 4. E 5. C 6. A 7. B 8. C 9. D 10. E 11. D 12. D 13. B 14. D

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Marca los números que son primos absolutos:

25	23	19	47
87	49	39	51

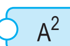
2. Marca los grupos de números que son pesí dos a dos.

14; 5 y 63	18; 21 y 87	65; 19 y 20
13; 66 y 35	64; 45 y 83	77; 85 y 32

3. Relaciona:

MCD (A; A^2 – A) — 105

MCM (A; A + 1) – A —  1

MCM(3; 5; 7) —  A^2

MCD (A; 12, A + 1) —  A

Razonamiento y demostración

4. Indica verdadero o falso según corresponda:

I. MCD (A!; (A + B)!) = A ( )

II. MCD (A + B; A – 1 + B) = 1 ( )

III. MCM $(2^{17}; 2^7) = 2^7$ 

5. De las proposiciones:

I. Si p y q son primos absolutos, entonces p × q es también un número primo absoluto.

II. Si p y q son números primos absolutos, entonces p + q es un número primo absoluto.

III. Si p y q son números primos absolutos, entonces p × q y q son PESÍ.

Son verdaderas:

A) Solo I B) Ninguna C) Solo III
D) I y II E) II y III

Resolución de problemas

6. De los divisores de 20^{20}, ¿cuántos son compuestos?

A) 861 B) 856 C) 858 D) 842 E) 864

7. Al multiplicarse $2^4 \cdot 5^a$ por 27, su número de divisores aumenta en 90. Halla el valor de a.

A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7

8. Halla la suma de los divisores de 720 que son múltiplos de 18.

A) 1620 B) 1580 C) 1260
D) 1520 E) 1610

9. Si: $N = 2 \cdot 3^a \cdot 7^b$, tiene 40 divisores múltiplos de 9 y 30 divisores múltiplos de 2, halla: 2a + 3b

A) 18 B) 19 C) 20
D) 21 E) 22

10. Si el MCD(15A; 20B) = 30, calcula el MCD de 12A y 16B.

A) 36 B) 18 C) 12
D) 40 E) 24

11. Si SD(A – B) = 93, donde: $A = 3^2 \times 5^n$ y $B = 5^n \times 7$.
Calcula: A + B

A) 300 B) 400 C) 500
D) 600 E) 700

12. ¿Cuántos múltiplos comunes tienen 8 y 20 que sean de tres cifras?

A) 20 B) 21 C) 22
D) 23 E) 24

13. La suma de dos números es 112 siendo su MCM 192. Halla la diferencia entre ellos.

A) 14 B) 16 C) 12
D) 18 E) 15

NIVEL 2

Comunicación matemática

14. Completa las siguientes descomposiciones canónicas:

$8712 = \square^3 \times \square^2 \times 11^{\square}$

$1120 = 2^{\square} \times \square \times \square$

$8775 = \square^{\square} \times 5^{\square} \times \square$

$1092 = 2^{\square} \times \square \times \square \times \square$

15. Completa la tabla:

N	CD(N)	$CD_{primos}(N)$	MCD(N; 30)
360			
	6	2	6
8575			
	8	3	15
225			

Razonamiento y demostración

16. Si $A = \overset{\circ}{B}$, se puede afirmar:

I. MCM (A; B) = B

II. CD [MCD (A; B)] = CD(A)

III. MCD (A + B ; B) = B

A) Solo I B) Solo II C) Solo III
D) I y III E) I y II

17. Indica verdadero o falso según corresponda:

I. Si MCD (A; B) = 14; entonces $A + B = \overset{\circ}{14}$ ( )

II. MCD (A; B; C) = MCD (B; MCD (A; C)) ( )

III. Si A > 1 y B > 1 son PESÍ, entonces MCM (A; B) = 1 ( )

Resolución de problemas

18. ¿Cuántos divisores, divisibles por 15, tiene 45^3?

A) 13 B) 15 C) 10
D) 18 E) 17

19. El numeral $10.10^2.10^3.10^4...10^n$ tiene 1369 divisores. Halla el valor de n.

A) 8 B) 9 C) 10
D) 12 E) 15

20. ¿Cuántos divisores compuestos posee:

$7! = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$?

A) 40 B) 44 C) 45
D) 50 E) 55

21. Sabiendo que 2 números tienen los mismos factores primos, uno de ellos tiene 12 divisores y el otro 15, y que la diferencia entre ambos números es 2300. Calcula la suma de dichos números.

A) 3500 B) 330 C) 3100
D) 2900 E) 2700

22. Calcula el MCD de A y B.

$A = \underbrace{66...66_{(7)}}_{8 \text{ cifras}}$ $B = \underbrace{66...66_{(7)}}_{12 \text{ cifras}}$

Da como respuesta la suma de sus cifras en base 10.

A) 24 B) 12 C) 14
D) 6 E) 8

23. El MCD(A; B) es d, y el MCM(A; B) es m, Determina el número de divisores de B (A > B) sabiendo que m . d = 3024 y además d es máximo ($B \neq d$).

A) 9 B) 10 C) 12
D) 18 E) 24

24. Si $\overline{abc}_{(7)}$ y su complemento aritmético tienen como MCD a 49. ¿Cuántos números cumplen dicha condición?

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

25. Calcula $\overline{abc}$ (mínimo), tal que:

$MCD(\overline{abc}; \overline{cba}) = MCD(330; 462)$ y

$\overline{abc} - \overline{cba} = \overline{1xy}$

Da como respuesta: a + b + c

A) 24 B) 15 C) 18
D) 21 E) 12

NIVEL 3

Comunicación matemática

26. Encierra en un círculo los divisores simples del número 18552170.

23	3	9	10	5	35	11	37
14	25	38	2	41	17	31	19
29	43	8	7	12	1	13	45

27. Sean los conjuntos:

$A = \{n / \frac{126}{n} \in \mathbb{Z}^+\}$ y $B = \{m / 598 = \overset{\circ}{m}\}$

Completa:

a) $A \cap B = \{$ ________ $\}$ (por extensión)

b) MCD (126; 528) = ( )

c) $n(A \cap B) =$ ( )

d) $n(A) + n(B) =$ ( )

Razonamiento y demostración

28. Indica verdadero o falso según corresponda.

I. MCD $(A, A^2 - 1) = 1$ ( )

II. Si A y B son PESÍ, con $A > B > 1$, entonces A! y B! también son PESÍ. ( )

III. MCD[MCD (A, B); MCM (A; B)] = MCD(A; B) ( )

29. Si A y B son PESÍ; entonces, de las siguientes proposiciones:

I. $SD(A \times B) = SD(A) \times SD(B)$

II. Si B es PESÍ con C, entonces A es PESÍ con C.

III. MCD(A; B; C; D; E) = MCD (A; B)

Son verdaderas:

A) Solo I B) I y II C) I y III
D) II y III E) Todas

Resolución de problemas

30. Calcula (a – b), si se sabe que $\overline{aabb}$ tiene 21 divisores.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

31. Dado el numeral 7920, determina:
¿Cuántos de sus divisores son pares?
¿Cuántos de sus divisores son impares?
¿Cuántos de sus divisores son $\overset{\circ}{33}$?
Da como respuesta la suma de las 3 soluciones correspondientes.

A) 80 B) 82 C) 84
D) 90 E) 86

32. ¿En cuántos ceros termina 80!?

A) 9 B) 10 C) 18
D) 19 E) 23

33. Si ((2!)! . 3!)! tiene $\overline{mnp}$ divisores compuestos, determina en cuántos ceros termina mnp!

A) 180 B) 186 C) 190
D) 192 E) 195

34. Calcula la suma de divisores del MCD de 60 y $\overline{aaa00}$.

A) 168 B) 160 C) 162
D) 164 E) 170

35. Si $A = \overline{a(a+2)(a+3)}$, además: MCM(A; B) = MCM(A; 13B)
Halla la suma de cifras de A.

A) 21 B) 23 C) 18
D) 24 E) 26

36. Si MCM($\overline{anan}$ – 7; B) es igual al MCM($\overline{anan}$ – 7; 11B). Calcula la suma de valores de: a + n

A) 60 B) 66 C) 72
D) 76 E) 78

37. Si: $A = \text{MCM}(\underbrace{75!; 76!; 77!; \ldots}_{10 \text{ números}})$

$B = \text{MCD}(\underbrace{83!; 84!; \ldots}_{16 \text{ números}})$

Calcula en cuántas cifras cero termina $A \times B$.

A) 32 B) 34 C) 36
D) 38 E) 4

Claves

NIVEL 1	8. A	15.	23. A	30. C
1.	9. E	16. C	24. E	31. A
2.	10. E	17.	25. E	32. D
3.	11. B	18. D	NIVEL 3	33. E
4.	12. C	19. A	26.	34. A
5. B	13. B	20. E	27.	35. B
6. C	NIVEL 2	21. E	28.	36. C
7. C	14.	22. D	29. C	37. D

Aplicamos lo aprendido




TEMA 3: RAZONES Y PROPORCIONES

1 Si:

$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{5}$ y $a + b + c = 100$

Halla a.

A) 20 B) 23 C) 30
D) 50 E) 40

2 Si: $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{5}$

Calcula: $\frac{3a + 8b}{2c - a - b}$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 5 E) 6

3 Si: $\frac{a+1}{a} = \frac{b+2}{b} = \frac{c+4}{5} = 10$

Halla: a . b . c

A) $\frac{91}{81}$ B) $\frac{92}{81}$ C) $\frac{91}{82}$
D) $\frac{81}{92}$ E) $\frac{91}{83}$

4 Si: $\frac{3}{P} = \frac{P}{E} = \frac{E}{R} = \frac{R}{U} = \frac{U}{96}$

Calcula E.

A) 6 B) 12 C) 18
D) 24 E) 36

5 La razón de dos números es 3/4 y los 2/3 de su producto es 1152. Halla el mayor de los números.

A) 96 B) 48 C) 72
D) 36 E) 54

6 En una proporción geométrica continua, el producto de sus términos es 1296, además, los términos extremos se encuentran en la relación de 4 a 1. Halla la suma de sus términos diferentes.

A) 14 B) 27 C) 21
D) 25 E) 15

7 Determina la tercera proporcional entre la media proporcional de 9, 16 y la cuarta proporcional de 10, 15 y 9.

A) 15,1875 B) 36,5 C) 15,75
D) 37 E) 9,75

8 Las edades de Ana y María son como 3 es a 7. Si dentro de 10 años dichas edades serán como 5 es a 9, halla la edad de María.

A) 15 años B) 30 años C) 35 años
D) 25 años E) 45 años

9 En una reunión se observó que por cada 3 mujeres había 7 hombres. Además se observó que el número de hombres excede al número de mujeres en 28. ¿Cuál será la relación de mujeres a hombres si se retiran 14 parejas?

A) 2 : 5 B) 2 : 7 C) 1 : 3
D) 2 : 3 E) 1 : 5

10 Si: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$; $5 \times a \times d = cf$; $a + e = 12$

Halla: $e - a$

A) 8 B) 10 C) 12
D) 6 E) 14

11 Si: $\frac{a}{7} = \frac{8}{b} = \frac{c}{3} = \frac{d}{e} = k$

Donde: $a \times b \times c = 42(c \times e + d)$
Además: $c + e = 7$. Halla: $a + b$

A) 16 B) 18 C) 17
D) 20 E) 21

12 Las edades actuales de dos jóvenes se encuentran en la relación de 3 a 4, pero hace n años estaban en la relación de 5 a 7 y dentro de 3n años sus edades sumarán 60 años. ¿Hace cuántos años el mayor tenía el doble de la edad del menor?

A) 8 años B) 10 años C) 11 años
D) 12 años E) 13 años

13 Si $\frac{a^2 + b}{a + b + c} = \frac{b}{c^2} = \frac{a^2}{b} = k$; $a, b, c, k \in \mathbb{Z}^+$.

Además: $a + b = 60$; calcula: $a \times c$

A) 45 B) 64 C) 56
D) 42 E) 48

14 En una proporción geométrica continua se observa que la media proporcional es $\overline{xy}$ y la suma de los extremos es $\overline{x(2y)(z+1)}$. Si $\overline{xy}$ y uno de los extremos son PESÍ, además, la constante de proporcionalidad es entera. Siendo x; y; z cifras significativas. Calcula la suma de los valores de: $x + y + z$

A) 23 B) 18 C) 10
D) 16 E) 20

Claves

1. A	3. B	5. B	7. A	9. E	11. B	13. E
2. E	4. B	6. E	8. C	10. A	12. A	14. C

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Completa los recuadros vacíos en las siguientes proporciones continuas:

a) $\square - 5 = \square - 2$

b) $\dfrac{\square}{6} = \dfrac{\square}{3}$

2. Encierra en un círculo la fracción que no corresponde en la serie de razones geométricas equivalentes:

a) $\frac{15}{35} = \frac{3}{7} = \frac{12}{28} = \frac{8}{12} = \frac{9}{21}$

b) $\frac{10}{15} = \frac{4}{6} = \frac{8}{12} = \frac{6}{14} = \frac{2}{3}$

3. Completa la siguiente tabla:

	$\frac{5}{8}$	$\frac{17}{21}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{16}{11}$
Antecedente				
Consecuente				

Razonamiento y demostración

4. De las siguientes proposiciones:

I. La razón geométrica se denomina razón. ...( )

II. Si se aumenta la misma cantidad al antecedente y consecuente, la razón no varía. ...( )

III. Si: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, entonces: a . c = b . d ...( )

Son verdaderas:

A) I y II B) Solo I C) I y III
D) Solo III C) II y III

5. Coloca verdadero (V) o falso (F), según corresponda:

I. En una proporción aritmética se cumple que la suma de términos extremos es igual a la suma de medios. ...( )

II. En una proporción continua todos los términos son diferentes. ...( )

III. 5 es la tercia diferencial de 13 y 9. ...( )

Resolución de problemas

6. Halla el valor de b si:

$\frac{a}{5} = \frac{b}{7} = \frac{c}{8}$ y $a + 2b + 3c = 430$

A) 90 B) 30 C) 105
D) 35 E) 70

7. Si la diferencia de dos números es 174 y su razón es 4/7, halla el número mayor.

A) 372 B) 406 C) 416
D) 720 E) 156

8. Las edades de Patricia y Zulema son 19 y 25 años, respectivamente. ¿Dentro de cuántos años su relación será de 4/5?

A) 4 B) 2 C) 3
D) 5 E) 1

9. Si: $\frac{3}{b} = \frac{4}{c} = \frac{5}{d} = k$, $bcd = 20\,580$

Halla el valor de k.

A) $\frac{5}{6}$ B) $\frac{3}{2}$ C) 1
D) $\frac{1}{7}$ E) 7

10. Si:

$\frac{x}{3} = \frac{4}{b} = \frac{y}{4}$

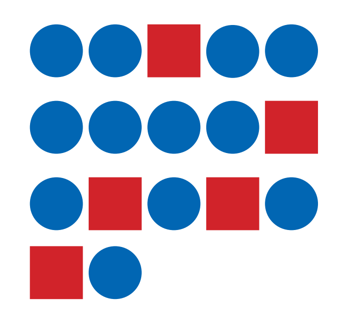
Halla b, si xy = 48.

A) 2 B) 4 C) 3
D) 5 E) 6

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. ¿Cuántos cuadrados se debe aumentar, para que la relación entre el número de cuadrados y el número de círculos sea como 2 es a 3?



A) 5 B) 6 C) 3
D) 2 E) 4

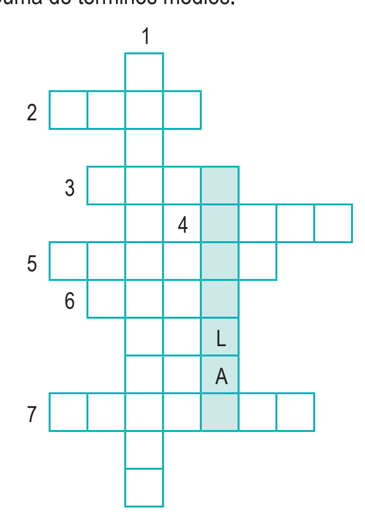
12. Encuentra la palabra oculta en el crucigrama, teniendo en cuenta lo siguiente: $\frac{3}{2} = \frac{12}{8}$

En la vertical:

1. Producto de términos medios.

En la horizontal:

2. Suma de consecuentes.
3. Suma de términos extremos.
4. EL doble del 1.er antecedente.
5. Suma de antecedentes.
6. Cuarta proporcional.
7. Suma de términos medios.



Razonamiento y demostración

13. Coloca verdadero (V) o falso (F), según corresponda:

a) Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{1}{2}$, entonces $\frac{a+c}{b+d} = \frac{1}{2}$. ...( )

b) Si $\frac{m}{n} = \frac{p}{q} = \frac{4}{3}$, entonces $\frac{m.p}{n.q} = \frac{4}{3}$. ...( )

c) Si $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = \frac{2}{3}$, entonces $\frac{a}{d} = \frac{2}{3}$. ...( )

14. Si: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

Demuestra:

a) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$

b) $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$

Resolución de problemas

15. La suma de tres números es 650. Esta suma es a la diferencia del primero con el último como 50 es a 9 y esta misma suma es a la diferencia de los dos últimos como 25 es a 1. Halla el mayor de los números.

A) 295 B) 169 C) 195
D) 286 E) 210

16. Sabiendo que:

$\frac{a^2}{12} = \frac{b^2}{27} = \frac{c^2}{48} = \frac{d^2}{75}$

Donde:

$(d + b) - (c + a) = 143$

Halla:

$a + b + c + d$

A) 101 B) 10 010 C) 1001
D) 111 E) 1010

17. Si: $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$

y además:

$(a^2 + b^2 + c^2)(b^2 + c^2 + d^2) = 4900.$

Halla:

$3(ab + bc + cd)$

A) 70 B) 280 C) 35
D) 120 E) 210

18. Si:

$\frac{a+2}{a-2} = \frac{b+3}{b-3} = \frac{c+5}{c-5}$

Calcula a + b + c sabiendo que:

$a^2 + b^2 = 52$

A) 15 B) 20 C) 25 D) 30 E) 35

19. Si **a** es la media proporcional de 5 y 45 y **b** es la tercera proporcional de 12 y 30; halla la tercera proporcional de a y b.

A) 375 B) 275 C) 150 D) 225 E) 450

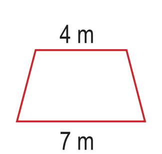
20. En un examen, se observó que por cada 5 preguntas de matemática hay 9 de otros cursos y el total de matemática es tres veces más que las de aritmética. ¿Cuántas preguntas tenía el examen, si 10 eran de aritmética?

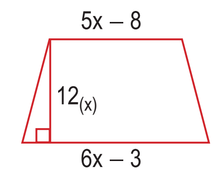
A) 126 B) 110 C) 112
D) 12 E) 140

NIVEL 3

Comunicación matemática

21. Las dimensiones de los dos trapecios están en proporción. Calcula el área del trapecio grande.





A) 21 m^2 B) 58 m^2 C) 66 m^2
D) 32 m^2 E) 99 m^2

22. Determina la razón geométrica entre la cantidad de números primos y la cantidad de números compuestos en:

JULIO 2013						
L	M	M	J	V	S	D
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

A) $\frac{4}{17}$ B) $\frac{11}{18}$ C) $\frac{13}{17}$ D) $\frac{11}{19}$ E) $\frac{2}{3}$

Razonamiento y demostración

23. De las siguientes proposiciones:

I. Si: $\frac{\sqrt{a^2-32\sqrt{3}}}{4}=\frac{\sqrt{b^2-98\sqrt{3}}}{7}$

$\wedge$ $b-a=15$, entonces $b\neq\overset{\circ}{3}$.

II. Si: $\frac{2}{P}=\frac{P}{U}=\frac{U}{R}=\frac{R}{E}=\frac{E}{2.3^5}$,

entonces $P+E+R+U=240$

III. La cuarta proporcional de: sen30°, tan37° y cot45° es $\frac{3}{2}$.

Son verdaderas:

A) I y II B) Solo III C) I y III
D) Solo III E) I, II y III

24. Indica verdadero (V) o falso (F), según corresponda:

a) Si $\frac{\overline{ab}_{(4)}}{\overline{ba}_{(4)}}=\frac{13}{7}$, entonces $a^3-b^2=26$. ...( )

b) La media proporcional de:
$(\sqrt{13}-3)$ y $(\sqrt{13}+3)$ es 2. ...( )

c) Si: $\frac{a+b}{7}=\frac{a-b}{3}=\frac{a.b}{40}$,

entonces MCM(a; b) = 80. ...( )

Resolución de problemas

25. Se tiene una mezcla de vino y agua en la relación de 5 a 8. ¿Cuánto de agua se debe agregar a la mezcla para que estén en la relación de 4 a 7?, si el volumen al inicio era de 260 L.

A) 15 L B) 16 L C) 20 L D) 24 L E) 25 L

26. En una serie de 3 razones geométricas equivalentes continuas, se cumple que la suma de las razones es 9/2. Si la diferencia de los términos extremos de la serie es 57, halla el último antecedente.

A) 24 B) 28 C) 36 D) 40 E) 48

27. En una reunión el número de extranjeros es al número de peruanos como 2 es a 7. Si entre los peruanos hay hombres, mujeres y niños que están en relación entre sí como 8; 4 y 3. Halla la relación en la que se encuentran el número de extranjeros con respecto a la diferencia entre el número de mujeres y niños peruanos.

A) $\frac{7}{36}$ B) $\frac{22}{7}$ C) $\frac{4}{15}$ D) $\frac{30}{7}$ E) $\frac{5}{14}$

28. En una proporción geométrica, los dos primeros términos son entre sí como 3 es a 7 y el producto de sus cuatro términos es 1225 veces el cuadrado del primer término. ¿Cuál es la media aritmética de los dos últimos términos?

A) 22 B) 25 C) 28 D) 30 E) 20

29. Si:

$$\frac{\sqrt{a^2+49}}{7}=\frac{\sqrt{b^2+64}}{8}=\frac{\sqrt{c^2+144}}{12}=k$$

y $c^2+a-b=3595$, halla la suma de cifras de $a\times b\times c$.

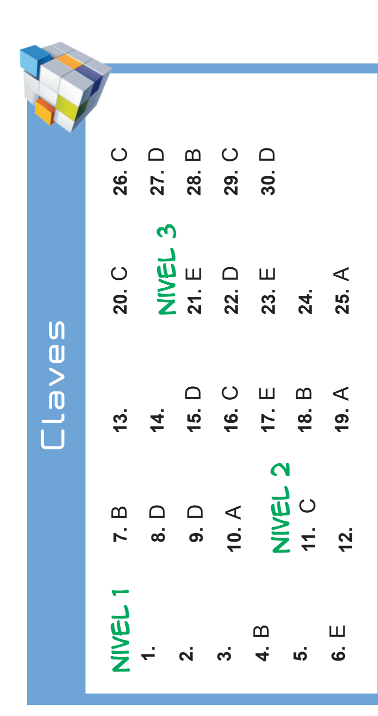
A) 15 B) 13 C) 12 D) 9 E) 18

30. Si: $\frac{a}{A}=\frac{b}{B}=\frac{c}{C}=\frac{3}{2}$

Calcula el valor de:

$$E=\frac{a+b+c+33}{A+B+C+22}+\frac{a^2+b^2+c^2+45}{A^2+B^2+C^2+20}+\frac{a^3+b^3+c^3+135}{A^3+B^3+C^3+40}$$

A) $\frac{2}{3}$ B) 1 C) $\frac{8}{27}$ D) $\frac{57}{8}$ E) $\frac{3}{7}$



Aplicamos lo aprendido



TEMA 4: FRACCIONES

1 Si: $M = \left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{4}\right)...\left(1+\frac{1}{47}\right)$

Calcula: M

A) 22　B) 1/47　C) 1/48
D) 24　E) 1/46

2 ¿Qué número se debe agregar al numerador de la fracción 2/15 para que sea equivalente a la fracción 4/5?

A) 8　B) 12　C) 10
D) 2　E) 15

3 De un recipiente se retiran los 2/3 de su contenido (agua) menos 40 L. En una segunda operación se sacan los 2/5 del resto, quedando solo 42 L. ¿Cuál era el contenido del recipiente inicialmente?

A) 120 L　B) 90 L　C) 140 L
D) 80 L　E) 150 L

4 Si a la fracción 4/9 se le agrega un mismo número a sus términos, se obtiene una fracción que se diferencia de la unidad en 1/1000. ¿Cuál es dicho número que se agrega?

A) 4991　B) 5011　C) 3431
D) 4993　E) 4994

5 Se ha mezclado 0,1 m^3 de cemento con 0,3 m^3 de arena. ¿Qué cantidad de arena debe añadirse para que el cemento sea 1/6 de la mezcla resultante?

A) 0,2 m^3　B) 0,3 m^3　C) 0,02 m^3
D) 0,003 m^3　E) 0,03 m^3

6 Si a la fracción 11/7 se le agrega m unidades al numerador y n al denominador, obtenemos 7/11. Calcula el menor valor de m + n. Si m y n son PESÍ.

A) 18　B) 36　C) 54
D) 3　E) 17

7 Una persona recibe viáticos por 4 días. El primer día gastó la quinta parte, el segundo día gastó 1/8 del resto, el tercer día los 5/3 del primer día, el cuarto día el doble del segundo día y aún le quedó 1500 soles. ¿Cuál fue la cantidad entregada?

A) S/.5000 B) S/.75 000 C) S/. 15 000
D) S/.4500 E) S/.9000

8 Si a y b son naturales y $\frac{a}{3}+\frac{b}{37}=0,\widehat{711}$, halla b – a.

A) 10 B) 13 C) 12
D) 11 E) 15

9 ¿Cuántas fracciones impropias de la forma $\frac{17}{\overline{xy}}$ existen tal que $\overline{xy}$ no es múltiplo de 3?

A) 8 B) 3 C) 4
D) 6 E) 5

10 Encuentra el número racional entre 2/13 y 41/52 cuya distancia al primero sea el doble de la distancia al segundo.

A) $\frac{15}{13}$ B) $\frac{15}{39}$ C) $\frac{15}{26}$
D) $\frac{15}{31}$ E) 17

11 Halla el valor de a + b, si:

$$\frac{a^2+b^2}{99}=0,\widehat{(a-2)(b+2)}$$

A) 8 B) 9 C) 7
D) 10 E) 12

12 Si $N=0,\overline{abc}_{(6)}=0,\overline{cb(a-1)}_{(9)}$, halla N en el sistema decimal.

A) $9,\widehat{273}$ B) $0,\widehat{402}$ C) $0,\widehat{364}$
D) $0,\widehat{259}$ E) $0,\widehat{723}$

13 Si $\left(\frac{17}{14}\right)^{-1}+\frac{54}{\overline{mn}}=c$, además, 54 y $\overline{mn}$ son PESÍ, y $c \in \mathbb{Z}$; calcula: m + n + c.

A) 8 B) 9 C) 11
D) 12 E) 14

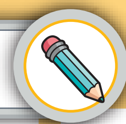
14 Si la fracción irreductible:
$\overline{c(a-7)a}$ / $\overline{ca(a-2)}$ origina un decimal de la forma: $0,\overline{ab}\widehat{ca}$.
Halla: a + b + c

A) 15 B) 16 C) 14
D) 12 E) 10

Claves

1. D	3. B	5. A	7. E	9. E	11. C	13. D
2. C	4. A	6. C	8. B	10. C	12. D	14. C

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

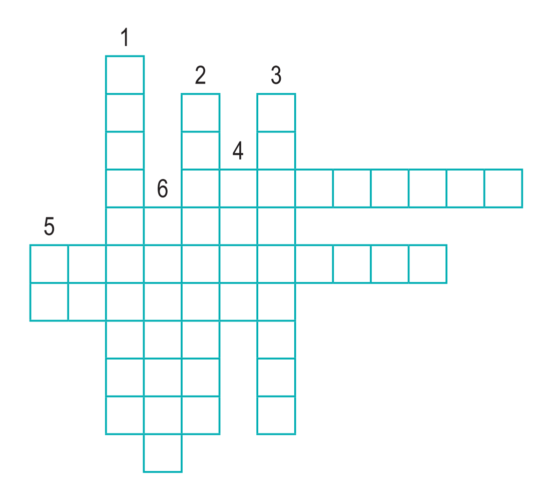
1. Completa el pupiletras y encuentra la palabra clave de la zona sombreada.

En la vertical:

1. Fracción que tiene términos que no son PESÍ.
2. Un término de una fracción.
3. Fracción que tiene igual denominador.
6. Fracción cuyo denominador es potencia de 10.

En la horizontal:

4. Fracción cuyo denominador es menor que su numerador.
5. Fracciones con distintos denominadores.



2. Completa la tabla:

Fracción / Clasificación	$\frac{3}{5}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{\overline{m1}}{2}$	$\frac{18}{10}$	$\frac{22}{14}$
Propia	✓				
Impropia					
Decimal					
Irreductible					
Ordinaria					
Reductible					

3. Relaciona:

$\frac{3}{5}+\frac{14}{5}-\frac{2}{5}$	2
$\frac{13}{2}\times\frac{5}{3}\times\frac{6}{13}$	3
$\left(\frac{36}{7}\right)\times\frac{42}{27}$	5
$\frac{9}{11}+\frac{17}{11}-\frac{4}{11}$	8

Razonamiento y demostración

4. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

I. Si MCD(N; D) $\neq$ 1, entonces $\frac{N}{D}$ es irreductible. ...( )

II. $\text{MCM}\left(\frac{a}{b};\frac{c}{d}\right)=\frac{\text{MCM}(a;b)}{\text{MCD}(c;d)}$ ...( )

III. $0,\overset{\frown}{ab}=\frac{\overline{ab}-a}{99}$ ...( )

5. De las proposiciones:

I. En una fracción propia el numerador es mayor que el denominador.

II. En una fracción reductible el numerador y el denominador son PESÍ.

III. Las fracciones homogéneas tienen igual denominador.

Son verdaderas:

A) Solo I B) I y II C) III y II
D) II E) Solo III

Resolución de problemas

6. Los 3/4 de un barril más 7 litros son de petróleo y 1/3 menos 20 litros son de agua. ¿Cuántos litros son de petróleo, si el barril se encuentra lleno?

A) 124 L B) 142 L C) 132 L
D) 123 L E) 134 L

7. Una fracción irreductible tiene la siguiente propiedad; al sumar 5 unidades a su numerador y 9 unidades a su denominador, la fracción no cambia de valor. Calcula la suma de los términos de la fracción.

A) 14 B) 27 C) 33
D) 55 E) 44

8. Carlos debe S/.120, piensa amortizar la deuda pagando 7/15 del valor de esta, pero realiza gastos de modo que solo puede pagar 3/4 de lo que pensaba dar. Si hubiese pagado S/.8 más. ¿Qué parte de la deuda le faltaría pagar?

A) 3/7 B) 4/15 C) 4/7 D) 7/12 E) 1/15

9. ¿Cuántos valores puede tomar n si 24/n es una fracción propia e irreductible, mayor que 3/5?

A) 9 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

10. Si a una fracción irreductible, al numerador se le suma 7 unidades y al denominador se le suma 5 unidades la fracción no cambia. Halla la fracción.

A) 8/5 B) 9/5 C) 3/5 D) 7/5 E) 3/4

NIVEL 2

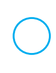
Comunicación matemática

11. Coloca (>, < o =) donde corresponda:

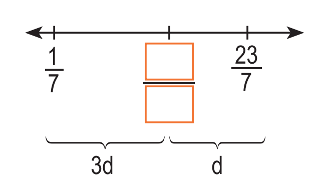
$\dfrac{\overline{m14}}{\overline{m52}}$  1

$\text{MCD}\left(\dfrac{3}{2};\dfrac{5}{9};\dfrac{7}{5}\right)$  $\dfrac{1}{91}$

$0{,}43_{(6)}$  $0{,}\widehat{43}_{(6)}$

$\dfrac{113_{(6)}}{55_{(6)}}$   $\dfrac{9}{7}$

12. Completa los recuadros vacíos en la recta numérica.



Razonamiento y demostración

13. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

I. Si $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ son fracciones irreductibles,

además $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=k\in\mathbb{Z}$, entonces $\frac{b+d}{d}\in\mathbb{Z}$ ...( )

II. $\text{MCM}\left(\frac{3}{\overline{a1}};\frac{5}{\overline{a3}};\frac{7}{\overline{a2}}\right)=105$ ...( )

III. $0{,}23\widehat{1}_{(5)}=0{,}53$ ...( )

14. De las proposiciones:

I. Si $k\in\mathbb{Z}$ y $\frac{3}{17}+\frac{a}{\overline{mn}}=k$, entonces $m+n=\overset{\circ}{2}$

II. $\text{MCD}\left(\frac{a}{b};\frac{c}{d}\right)\text{MCM}\left(\frac{a}{b};\frac{c}{d}\right)=\frac{a.c}{b.d}$

III. Si a, b, c $\in\mathbb{Z}$, entonces: $\frac{a}{n}+\frac{b}{n^2}+\frac{c}{n^3}=0,\overline{abc}_{(n)}$

Son verdaderas:

A) Solo III B) Solo I C) II y III
D) Solo II E) I y II

Resolución de problemas

15. Un padre del total de su fortuna dio a su hijo mayor 1/3 del total más S/.500. De lo que quedaba entregó al segundo 1/4 más S/.125; y de lo que aún le quedaba, da al último 3/5 más S/.800. Al final el padre se quedó con S/.2000. ¿Cuál era la fortuna del padre?

A) S/.14 000 B) S/.15 000 C) S/.16 000
D) S/.15 200 E) S/. 19 000

16. Para qué números naturales se cumple que:

$$\frac{a}{5}+\frac{b}{11}=0{,}7\widehat{81}$$

A) $a=1\wedge b=2$ B) $a=3\wedge b=2$ C) $a=3\wedge b=4$
D) $a=4\wedge b=5$ E) $a=5\wedge b=6$

17. Se tiene la siguiente condición:

$$0{,}\widehat{3}<\frac{x}{22}<0{,}\widehat{8}$$

¿Cuántos valores enteros puede tomar x?

A) 14 B) 12 C) 13
D) 15 E) 11

18. Halla cuántos pares de números naturales cumplen:

$$\frac{a}{4}+\frac{b}{9}=6{,}02\widehat{7}$$

A) 2 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7

19. Calcula x + a, si: $\frac{x}{22}=0{,}a\widehat{a7}$

A) 5 B) 7 C) 9 D) 10 E) 11

20. Calcula m + n, si:

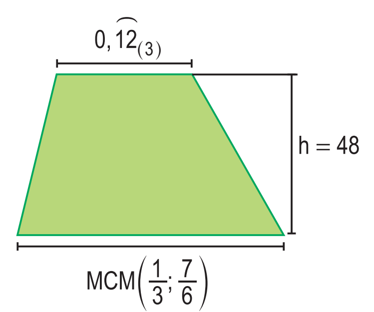
$$0{,}\widehat{mn}+0{,}\widehat{nm}=1{,}\widehat{4}$$

A) 13 B) 15 C) 10 D) 14 E) 12

NIVEL 3

Comunicación matemática

21. Calcula el área de la región sombreada:



A) 56 u^2 B) 36 u^2 C) 48 u^2
D) 65 u^2 E) 71 u^2

22. Resuelve y escribe la letra que corresponde a la fracción generatriz, y descubrirás una palabra.

- $0{,}25$ E
- $0{,}\widehat{3}$ A
- $0{,}3\widehat{2}$ P
- $0{,}02\widehat{1}$ U
- $0{,}21_{(4)}$ Q
- $0{,}2\widehat{3}_{(4)}$ R
- $0{,}\widehat{23}_{(4)}$ I
- $0{,}23_{(4)}$ A

$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{9}{16}$	$\frac{19}{900}$	$\frac{11}{15}$	$\frac{29}{90}$	$\frac{11}{16}$

Razonamiento y demostración

23. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

I. Si $0{,}\overline{5mn}_{(a)} = 0{,}\widehat{6b}_{(7)}$; entonces a = 6. ...( )

II. Si $\frac{a}{b} > 1 \Rightarrow \frac{a+m}{b+m} > \frac{a}{b}$; $m \in \mathbb{Z}^+$ ...( )

III. Si $\frac{13}{mn} + \frac{\overline{pq}}{17} = m + q$; entonces: m + n + p = 10 ...( )

24. Demuestra:
Si $\frac{a}{b} < 1 \Rightarrow \frac{a}{b} < \frac{a+m}{b+m}$; $m \in \mathbb{Z}^+$.

Resolución de problemas

25. La suma de los términos de la fracción generatriz $0{,}\widehat{nm5}$ es 32.
Halla: n + m

A) 8 B) 9 C) 10
D) 12 E) 7

26. Si:
$$\frac{N}{125} = 0{,}\overline{a(a+1)(a+2)}$$
Halla: N + a

A) 57 B) 61 C) 60
D) 59 E) 70

27. Halla a + b + c + d, sabiendo que:
$$\frac{a}{4} + \frac{b}{4^2} + \frac{c}{4^3} + \frac{d}{4^4} = \frac{127}{256}$$

A) 6 B) 8 C) 10
D) 12 E) 9

28. Si $\frac{1}{A+T} = 0{,}\widehat{1} \wedge \frac{A}{T} = 0{,}\widehat{ARITME}$

Calcula: $\overline{MARI} + \overline{TERE}$

A) 9462 B) 8769 C) 6425
D) 8496 E) 7489

29. Si: $\frac{\overline{mn}}{\overline{abc}} = 0{,}\widehat{defg}$ y $\overline{abc} + \overline{mn} = 1000$

Calcula: a + b + c + m + n + d + g

A) 30 B) 32 C) 28
D) 24 E) 18

30. Si: $\begin{cases} \frac{2}{x} = 0{,}\widehat{abcdef} \\ \frac{5}{x} = 0{,}\widehat{defabc} \end{cases}$

Calcula x, si además, $\overline{def} - \overline{abc} = 429$

A) 11 B) 5 C) 8
D) 7 E) 9



Claves

NIVEL 1
1.
2.
3.
4.
5. E
6. A
7. A
8. D
9. D
10. D

NIVEL 2
11.
12.
13.
14. E
15. B
16. B
17. B
18. D
19. B
20. A

NIVEL 3
21. E
22.
23.
24.
25. B
26. B
27. C
28. B
29. A
30. D

Si: $\overline{abcde} - \overline{e0c0a} = \overline{p09q4} + \overline{d0b0}$

Además: $\dfrac{\overline{pq}+1}{\overline{qp}+103} = 0,\widehat{xyzwtv}$

Calcula: $\sqrt{\left(\dfrac{A}{B}\right)^2(A+E)^2 + \left(\dfrac{C}{D}\right)^3(A+E) + \dfrac{E^4}{F^4}}$

Donde:

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D} = \frac{E}{F} = x+y+z+w+t+v;\ B+F=8$$

Resolución:

Del enunciado:

$$\overline{abcde} - \overline{e0c0a} = \overline{p09q4} + \overline{d0b0}$$

$$\overline{abcde} - \overline{edcba} = \overline{p09q4}$$

$$9999a + 990b - 990d - 9999e = \overline{p09q4}$$

$$99(101a + 10b - 101e - 10d) = \overline{p09q4}$$

Entonces:

$\overline{p09q4} = \overset{\circ}{99}$

Luego:

$p + 9 + q + 4 = \overset{\circ}{9} \Rightarrow p + q = \overset{\circ}{9} + 5$

$p + 9 - q + 4 = \overset{\circ}{11} \Rightarrow p - q = \begin{cases} \overset{\circ}{11} - 2 \\ \overset{\circ}{11} + 9 \end{cases}$

Como p y q son mayores que cero, entonces:

$p - q = -2$ ✗ (ya que si $p - q = 9$, entonces $q = 0$)

$q - p = 2$ ✓

Luego:

$p + q = \begin{cases} 5 \text{ ✗} \\ 14 \text{ ✓} \end{cases}$

Por lo tanto: $p = 6 \wedge q = 8$

Ahora: $\dfrac{68+1}{86+103} = \dfrac{69 \times \mathbf{11} \times \mathbf{13} \times \mathbf{37}}{3^3 \times 7 \times \mathbf{11} \times \mathbf{13} \times \mathbf{37}} = 0,\widehat{365079} = 0,\widehat{xyzwtv}$

De la expresión: $\dfrac{A}{B} = \dfrac{C}{D} = \dfrac{E}{F} = 30$

Se tiene:

$\left(\dfrac{A}{B}\right)^2 = 30^2;\ (A+E)^2 = 30^2(B+F)^2;\ A+E = 30(B+F);\ \left(\dfrac{C}{D}\right)^3 = 30^3;$

$\dfrac{E^4}{F^4} = 30^4$

Hallamos:

$$\sqrt{\left(\frac{A}{B}\right)^2(A+E)^2 + \left(\frac{C}{D}\right)^3(A+E) + \left(\frac{E}{F}\right)^4} = \sqrt{30^4(B+F)^2 + 30^4(B+F) + 30^4}$$

$$= 30^2\sqrt{(B+F)^2 + B + F + 1}$$

$$= 900\sqrt{73}$$

1. Calcula la suma de los elementos de A.

$A = \{x / x = \overset{\circ}{36} \wedge 50 \le x \le 120\}$

A) 180 B) 160 C) 210
D) 220 E) 190

2. Sabiendo que el numeral $\overline{13xy45z}$ es divisible por 792, calcula: $x + y - z$

A) 1 B) 3 C) 2
D) 4 E) 5

3. Determina cuántos valores toma **a**, si $\overline{aba}$ es divisible por 33.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

4. Calcula el valor de N sabiendo que es de la forma $N = 9 \cdot 10^k$ y además tiene 3 divisores más que el número 360.

A) 90 B) 900 C) 9000
D) 90 000 E) 900 000

5. Si la suma de los divisores de un número, que tiene únicamente a 3 y 7 como factores primos, es 104. Halla la suma de las cifras de dicho número.

A) 9 B) 10 C) 11
D) 12 E) 13

6. Si la suma de los divisores $\overset{\circ}{4}$ de $M = 44000...00_{(6)}$ es 19 200, calcula en cuántos ceros termina dicho número.

A) 3 B) 4 C) 5 D) 7 E) 2

7. Si: MCD(A; B) = 4k
MCD(C; D) = 6k
Además MCD(A; B; C; D) = 24, halla k.

A) 8 B) 10 C) 11 D) 12 E) 18

8. El producto de dos números es 3402 y su MCD es 9. ¿Cuántos pares de números cumplen estas condiciones?

A) 3 B) 2 C) 4 D) 5 E) 6

9. Calcula el MCD de A y B.

$A = \underbrace{66...66}_{8 \text{ cifras}}{}_{(7)}$

$B = \underbrace{66...66}_{12 \text{ cifras}}{}_{(7)}$

Da como respuesta la suma de sus cifras en base 10.

A) 24 B) 12 C) 14 D) 6 E) 8

10. ¿Cuántos valores puede tomar n si 24/n es una fracción propia e irreductible, mayor que 3/5?

A) 9 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

11. En un barril los 7/8 menos 11 son de vino y 1/4 mas 9 es de agua, si el barril está lleno, ¿cuántos litros tiene el barril?

A) 17 L B) 19 L C) 13 L D) 18 L E) 16 L

12. La razón de dos números es $\dfrac{3}{4}$. Si el producto de ambos es 48, entonces el mayor de dichos números es:

A) 6 B) 2 C) 12
D) 8 E) 16


Unidad 3

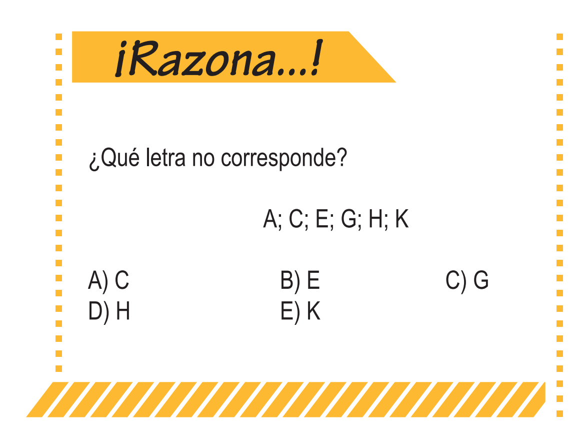
RECUERDA

Lobachewski Nicolas Ivanovich [1793-1856]

Matemático ruso nacido cerca de Nizhni Novgorod y fallecido en Kazán. Su padre murió cuando él era muy pequeño y su educación recayó en manos de su madre. A la edad de 20 años consiguió un puesto en la universidad de Kazán. Escribió muchas obras sobre matemática, pero su fama fundamental fue como hereje matemático. Durante veinte siglos Euclides y su sistema geométrico habían permanecido inalterables. Estaban completamente admitidos por los geómetras. Sin embargo, había en Euclides una pequeña imperfección que adquiría forma en su quinto axioma, el de las rectas paralelas. Lobachewski dio un paso gigantesco al preguntarse si dicho axioma era completamente imprescindible para construir la geometría. Así, desarrolló una nueva geometría, denominada no euclideana, partiendo de que por un punto no contenido en una recta pueden trazarse al menos dos rectas paralelas a la recta dada. Publicó sus ideas en 1829. Junto a Lobachewski trabajaron en el desarrollo de esta nueva geometría no euclideana, Bolyai, Gauss y Riemann. Tres cuartos de siglo después, Einstein pudo demostrar que la estructura del universo no era euclideana y que los conceptos teóricos propuestos por Lobachewski tenían una aplicación muy práctica.

Reflexiona

- *Tus pensamientos crean tu realidad debido a que determinan cómo respondes a las situaciones de tu vida cotidiana.*
- *Uno obtiene lo mismo que deposita en el mundo. Así, aquello que usted atrae hacia sí es lo mismo que posee en su interior para dar a los demás.*
- *Amándote más a ti mismo atraerás más energías altas y rápidas, y empezarás a cambiar lo que hay en tu interior.*



¡Razona...!

¿Qué letra no corresponde?

A; C; E; G; H; K

A) C B) E C) G
D) H E) K

Aplicamos lo aprendido



TEMA 1: MAGNITUDES PROPORCIONALES

1 Se sabe que A es DP a $\sqrt{B}$ e IP a $\sqrt[3]{C}$; además, cuando A es 14, entonces B = 64 y C = B. Halla A cuando B sea 4 y C sea el doble de B.

A) 7 B) 2 C) 4
D) 5 E) 6

2 Se tiene que A^3 IP B^3, si cuando A = 2, B = 3. Halla A cuando B = 4.

A) 3/2 B) 1/2 C) 3
D) 2/3 E) 5/2

3 Se reparte 738 en forma directamente proporcional a dos cantidades que están en la relación de 32 a 9. Halla la suma de las cifras de la cantidad menor.

A) 18 B) 16 C) 12
D) 10 E) 9

4 Al repartir el número 360 en tres partes que sean DP a 18; 63 y 81, la diferencia entre la parte mayor y la menor es:

A) 100 B) 140 C) 200
D) 180 E) 220

5 Repartir 1380 en partes inversamente proporcionales a $0,\widehat{3}$; 0,5 y $1,\widehat{3}$. Indica la mayor parte.

A) 360 B) 380 C) 650
D) 720 E) 920

6 Una rueda de 27 dientes engrana con otra de 12 dientes dando la primera 836 vueltas por minuto. ¿Cuántas vueltas dará la segunda por hora?

A) 1881 B) 211 860 C) 181 880
D) 112 860 E) 112 850

7 El precio de una perla es proporcional al cuadrado de su peso. Una perla de 100 000 dólares se corta en dos partes iguales. Halla la pérdida al cortarla.

A) 10 000 B) 100 000 C) 5000
D) 50 000 E) 150 000

8 El precio de un ladrillo es proporcional a su peso e IP a su volumen; un ladrillo de densidad 1,5 g/cm^3 cuesta S/.300. ¿Cuánto costará un ladrillo de 400 cm^3 que pasa 1,6 kg?

A) S/.900 B) S/.750 C) S/.800
D) S/.1000 E) S/.600

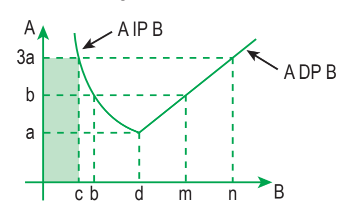
9 Halla la menor de las partes que se obtiene al repartir 650 en forma DP a: $\sqrt[3]{686}$; $\sqrt[3]{1024}$; $\sqrt[3]{2662}$.

A) 170 B) 175 C) 184
D) 190 E) 194

10 Si al dividir 6141 en partes DP a 1; 2; 4; 8; ...; 2^n, la mayor de las partes es 3072. ¿Cuál es el valor de n?

A) 12 B) 8 C) 10 D) 9 E) 11

11 Son A y B dos magnitudes, donde $a \in \mathbb{Z}^+$ y $c > a$, además el área de la región sombreada es 36.



Calcula: a + b + c + d + m + n.

A) 85 B) 80 C) 75 D) 90 E) 95

12 En una fábrica de calzados se tiene la política de que el sueldo por hora es DP a la raíz cuadrada del número de horas que se trabaja diariamente y a la producción diaria. Si cuando la relación de las horas trabajadas es a las no trabajadas como 3 es a 5 y se producen 800 calzados el sueldo es de S/.30 por hora. ¿Cuántos calzados se habrán producido cuando se trabaja los 2/3 del día a S/.60 por hora?

A) 1600 B) 2100 C) 2400 D) 2700 E) 1200

13 Se reparte una cantidad proporcionalmente a los números 1; 2; 3 y 4, pero luego se reparte proporcionalmente a 2; 3; 4 y 6, motivo por el cual una de las partes disminuye en S/.180. Halla la parte del cuarto número.

A) S/.2400 B) S/.3080 C) S/.2160
D) S/.2040 E) S/.3800

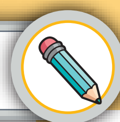
14 Se reparte una cantidad de dinero de S/.$\overline{b0}$ (b > 4) entre cinco personas proporcionalmente a 5 números enteros que están en progresión aritmética, siendo b la diferencia entre la mayor y menor parte. Si el mismo dinero se repartiera inversamente proporcional al segundo y cuarto de dichos números, se obtendrían partes enteras. Calcula la suma de los tres menores partes del primer reparto.

A) 21 B) 35 C) 42 D) 56 E) 63

Claves

1. A	3. E	5. D	7. D	9. B	11. A	13. C
2. A	4. B	6. D	8. C	10. C	12. E	14. C

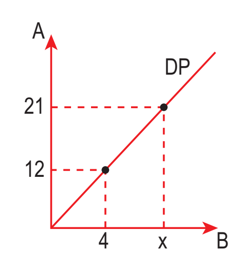
Practiquemos

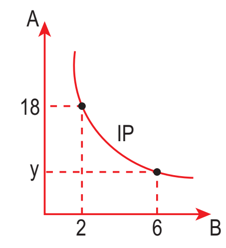


NIVEL 1

Comunicación matemática

1. De los gráficos:

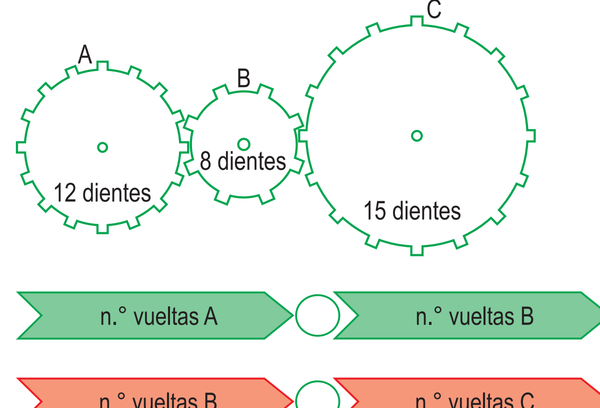


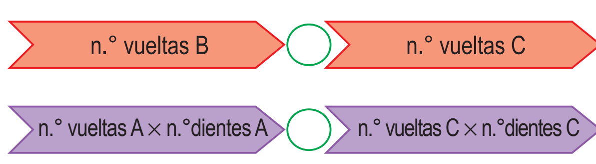


Calcula: x + y

A) 15 B) 13 C) 10
D) 18 E) 11

2. Coloca >, < o = según corresponda.





n.° vueltas A × n.°dientes A ◯ n.° vueltas C × n.°dientes C

3. Si las magnitudes A y B son IP, calcula a + b – c.

A	2	16	b	3c
B	24	a	8	c

A) 0 B) 4 C) 9
D) 5 E) 7

Razonamiento y demostración

4. Da la relación entre magnitudes, ¿cuántas son DP?

I. n.° obreros - obra
II. Rapidez - tiempo
III. n.° lápices - costo
IV. n.° obreros - n.° días

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

5. Coloca verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

I. Si A DP B $\Rightarrow A^3$ DP B^3 ( )
II. Si A IP B $\Rightarrow B^2$ IP A^2 ( )
III. Si A DP B $\Rightarrow$ B DP A ( )

A) VFF B) VVV C) VFV
D) FVV E) FFV

Resolución de problemas

6. Si A es IP a B, cuando A = 24, B = 8, ¿cuánto valdrá A cuando B = 16?

A) 14 B) 12 C) 96
D) 54 E) 16

7. Si A es DP a B^4, cuando A = 48 entonces B = 2, calcula A cuando B = 3.

A) 27 B) 9 C) 81
D) 152 E) 243

8. Reparte S/.120 en forma DP a los números 2; 3 y 5. Indica la parte menor.

A) S/.12 B) S/.24 C) S/.36
D) S/.60 E) S/.72

9. Al repartir una cantidad A en forma DP a los números 1; 2; 3 y 5; las dos cantidades mayores repartidas suman 160. Calcula A.

A) 120 B) 220 C) 440
D) 200 E) 330

10. Reparte 2800 en forma IP a los números $\frac{1}{7}$; $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{4}$. Da como respuesta la parte intermedia.

A) 600 B) 140 C) 80
D) 200 E) 220

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. Coloca la letra según corresponda:

a.	A^3 IP $1/B^2$	☐	B^5 IP A^3
b.	A^2 DP B	☐	A IP B
c.	A^3 IP B^5	☐	A^4 DP B^2
d.	1/A DP 1/B	☐	A^6 DP B^4

12. Para las magnitudes A, B y C cuyos valores se muestra en el cuadro. Halla a.

A	5	5	5
B	64	a	24
C	18	8	128

A) 48 B) 50 C) 81
D) 16 E) 96

Razonamiento y demostración

13. Coloca verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

I. Si A DP B, entonces (A + B) DP B. ( )

II. La gráfica para 2 magnitudes DP es una hipérbola equilátera. ( )

III. El tiempo es DP a la velocidad en un MRU. ( )

A) FVV B) VVV C) VFF
D) VVF E) FVF

14. Dadas f y g funciones de proporcionalidad directa e inversa, respectivamente, coloca verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

I. $f(x + y) = f(x) + f(y)$ ( )

II. $g(x + y) = \dfrac{g(x)g(y)}{g(x) + g(y)}$ ( )

III. $f(x^n)g(x^n) \neq f(x)g(x)$ ( )

IV. Si $f(1) = 4$, entonces: $f(7) + f(13) = 80$ ( )

A) VVFF B) VVFV C) VFVV
D) VVVF E) FVVF

Resolución de problemas

15. Un empresario desea repartir una cantidad N DP a 2; 3 y 4, pero decide hacerlo DP a 1; 2 y 4; por ello uno de sus empleados recibe S/.800 más. Halla N.

A) S/.6400 B) S/.6300 C) S/.12 600
D) S/.2100 E) S/.63 000

16. Reparte $7200\sqrt{2}$ en partes DP a los números $\sqrt{50}$, $\sqrt{98}$ y $\sqrt{288}$. Calcula la diferencia entre la mayor y la menor de las partes.

A) $2200\sqrt{2}$ B) $2100\sqrt{2}$ C) 1500
D) $3600\sqrt{2}$ E) $1500\sqrt{2}$

17. El precio de un diamante es DP al cuadrado de su peso. Si una piedra de este tipo que vale S/.294 se parte en dos pedazos, uno los 3/4 del otro, ¿qué pérdida de valor sufrió dicha piedra?

A) S/.72 B) S/.96 C) S/.112
D) S/.144 E) S/.156

18. Una rueda A de 40 dientes engrana con la rueda B de 15 dientes, fijo al eje de B hay otra rueda C de 50 dientes que engrana con una rueda D de 80 dientes. Si D da 360 vueltas en 3 minutos, ¿cuántas vueltas dará A en 5 minutos?

A) 350 B) 360 C) 300
D) 450 E) 480

19. Para colocar losetas en una región en forma de triángulo equilátero, de lado $\sqrt[4]{27}$ m tiene un costo de S/.18. ¿Cuánto será el costo si se coloca en una región cuadrada de lado 5 m?

A) 100 B) 200 C) 300
D) 150 E) 75

20. Una herencia se repartió inversamente proporcional a las edades, pero primero se pagó las comisiones que fueron: $440. Por lo que el reparto fue: $10 780; $5390 y $4312. Reparte el total de las comisiones en forma directamente proporcionalmente a las edades. Da como respuesta la suma de las cifras del menor de las partes.

A) 8 B) 9 C) 10
D) 11 E) 12

NIVEL 3

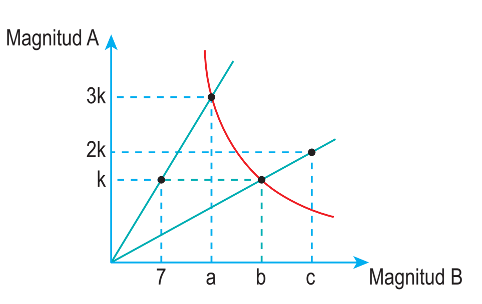
Comunicación matemática

21. Si E, V e Y son magnitudes que guardan cierta relación de proporcionalidad, calcula: M + N.

E	3	12	1	21	9
V	5	20	5	M	45
Y	2	2	18	50	N

A) 26 B) 42 C) 120
D) 175 E) 193

22. Halla $5a + b - 4x - c$, si $a + b + c + x = 215$.



A) 30 B) 36 C) 48
D) 22 E) 12

Razonamiento y demostración

23. De las siguientes afirmaciones:

I. El área de un círculo es DP a la longitud del radio.

II. A IP B, B IP C, entonces A IP C.

III. Si A DP B, entonces (A + B) DP (A – B).

IV. Si: D DP B
D IP A
D IP C
Entonces: (A + C) IP (B + D).

¿Cuántas son verdaderas?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

24. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas?

I. (A + B) DP C y D DP C, entonces: (A + B) IP $\frac{1}{(D+C)}$.

II. Si A IP B^2, B^5 IP C^2, entonces: A^5 DP C^4

III. Si A DP B; A DP C; entonces: A DP (B . C).

A) FFV B) VVV C) VFV
D) VVF E) FFV

Resolución de problemas

25. Maribel inicia un negocio con S/.2000, a los 6 meses se incorpora Liliana aportando S/.3000 y 3 meses después ingresa Genaro con un capital de S/.6000. Si el negocio se cierra al año y medio y se repartieron una ganancia de S/.2100. Halla la mayor ganancia.

A) S/.900 B) S/.800 C) S/.700
D) S/.600 E) S/.500

26. Un padre reparte entre sus cinco hijos su bonificación en partes proporcionales al orden en que nacieron, pero luego el reparto lo decide hacer en partes proporcionales a los números 3; 6; 8; 11 y 12; por lo que uno de ellos devuelve S/.44. ¿Cuánto recibe el hijo menor?

A) S/.396 B) S/.400 C) S/.412
D) S/.418 E) S/.420

27. En la puerta de una iglesia se encuentran generalmente 2 mendigos siempre un ciego y alternando un cojo y un manco. Una persona caritativa manda a su criado 159 monedas de plata y le dice: "Si está el ciego y el cojo por cada 9 monedas que des al ciego le das 7 al cojo, pero si está ciego y manco por cada 8 monedas que des al ciego le das 5 al manco". Por casualidad aquel día estaban los 3 mendigos. El criado hábilmente efectuó el reparto correctamente. ¿Cuántas monedas le correspondió al ciego?

A) 48 B) 216 C) 315
D) 248 E) 316

28. Se tiene una balanza de brazos desiguales. Se pesa un objeto en el platillo de la derecha y da 1369 gramos. El mismo objeto colocado en el platillo de la izquierda da un peso de 1296 gramos. ¿Cuál es el peso verdadero del objeto?

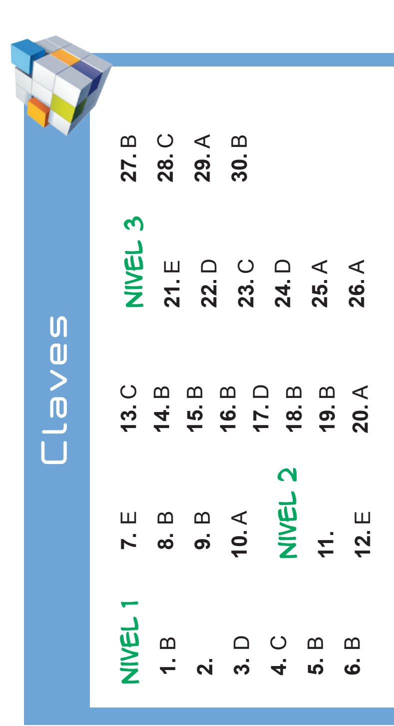
A) 120 g B) 1300 g C) 1332 g
D) 1450 g E) 1560 g

29. Reparte $\overline{abc}$ en partes proporcionales a $2^{\overline{m1}}$; $2^{\overline{m3}}$; $2^{\overline{m4}}$. Se observa que el menor recibe $\overline{bc}$, (b < c). Halla: a + b + c.

A) 10 B) 14 C) 8
D) 12 E) 6

30. El precio de un diamante es DP al cuadrado de su peso. Un diamante que se compró en S/.30 240 cuyo peso era $w10\sqrt{8}$, se fraccionó en n partes, tales que sus pesos son entre sí como: $w\sqrt{50\times1}; w\sqrt{49\times2}; w\sqrt{48\times3}; ...; w\sqrt{(51-n)n}$ perdiendo S/.3402. Halla n.

A) 3 B) 5 C) 7
D) 9 E) 8



Aplicamos lo aprendido





TEMA 2: REGLA DE TRES

1 Si con S/.100 puedo comprar 70 panetones, con S/.30, ¿cuántos panetones puedo comprar?

A) 7 B) 10 C) 21
D) 28 E) 30

2 La cantidad de gasolina que tiene un auto al partir es igual a 5/8 de la capacidad del tanque. Si después de recorrer 15 km le quedan 7/12 del tanque, ¿cuántos kilómetros puede recorrer con el tanque lleno?

A) 360 km B) 348 km C) 368 km
D) 372 km E) 396 km

3 Para sembrar un terreno cuadrado de 20 m de lado, un peón cobra S/.300. ¿Cuánto cobrará por sembrar otro terreno cuadrado, pero de 12 m de lado?

A) S/.108 B) S/.180 C) S/.150
D) S/.144 E) S/.140

4 Una tripulación de 45 hombres tienen víveres para un viaje de 60 días. Si se desea aumentar la tripulación en 5 hombres, ¿en cuántos días se debe acortar la duración del viaje?

A) 4 dias B) 5 dias C) 6 dias
D) 7 dias E) Más de 7 dias

5 En 48 días, 15 obreros han hecho 1/5 de una obra que les fue encargada. ¿Cuántos días empleará otra cuadrilla de 24 obreros triplemente hábiles en terminar la obra?

A) 20 B) 50 C) 30
D) 60 E) 40

6 Veinte obreros con 70% de rendimiento hicieron en 8 días, 360 metros de una obra. ¿Cuántos metros de esta obra podrán hacer 24 obreros con 80% de rendimiento en 7 días?

A) 416 m B) 400 m C) 360 m
D) 432 m E) 384 m

7 8 obreros levantan una pared de 48 m de largo por 2 m de altura en 8 días. ¿Cuántos días necesitarán 10 obreros para hacer una pared de 40 m de largo; 1,5 m de altura, siendo la eficiencia del segundo grupo al primero como 4 es a 3?

A) 2 días B) 3 días C) 12 días
D) 5 días E) 10 días

8 Sabiendo que la eficiencia de A es de 75%, la eficiencia de B es de 60% y además B puede hacer una obra en 18 días. ¿En cuántos días podrán hacer juntos la obra?

A) 4 días B) 5 días C) 8 días
D) 9 días E) 12 días

9 Un grupo de 33 obreros pueden hacer una obra en 30 días. Si luego de 6 días de trabajo se les pide que terminen lo que falta de la obra en 18 días, ¿con cuántos obreros más tendrán que trabajar a partir del séptimo día?

A) 11 B) 12 C) 33
D) 44 E) 55

10 Carlos es el doble de rápido que Luis, pero la cuarta parte de Pedro. Si Luis y Pedro hacen una obra en 33 días, ¿en cuántos días harán la misma obra los tres juntos?

A) 27 días B) 28 días C) 29 días
D) 30 días E) 31 días

11 Un grupo de 21 obreros ha hecho en 12 días de 8 h/d K_1 metros de una carretera; otro grupo de 40 obreros, 20% más eficientes que los anteriores, ha hecho K_2 metros de la misma carretera en 7 días trabajando 10 h/d. Halla K_1/K_2.

A) 1/5 B) 3/5 C) 2/5 D) 4/5 E) 1/9

12 En una fábrica, 24 obreros fabrican 140 artículos en 84 días, laborando 5 horas diarias. Luego, se destinan estos mismos obreros para hacer 500 artículos trabajando 4 horas al día. Después de fabricarse los 200 primeros artículos se reemplazan algunos obreros por máquinas que realizan, cada una, el trabajo de 4 obreros, fijándose en 3 horas las restantes jornadas de trabajo. Todo el trabajo se termina 25 días antes de lo fijado inicialmente. ¿Cuántas máquinas se utilizaron?

A) 7 B) 8 C) 4 D) 6 E) 9

13 Ocho costureras deben confeccionar 2000 polos en 40 días trabajando 5 h/d. Luego de confeccionar 500 polos, dos costureras no pueden continuar, entonces las restantes deciden trabajar 3 h/d más. ¿En cuántos días en total se terminará de confeccionar los polos?

A) 35 B) 25 C) 20 D) 40 E) 45

14 Catorce obreros deben construir una vía férrea en 18 días, pero al cabo de 4 días se incorporan 6 obreros con un rendimiento de 50% menos que los anteriores. Si se quiere terminar la obra 3 días antes de lo fijado. ¿A los cuántos días de haber ingresado los 6 obreros, estos deben elevar su rendimiento al 100% para terminar la obra?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 8 E) 16

Claves

1. C 3. A 5. E 7. B 9. A 11. B 13. A
2. A 4. C 6. D 8. C 10. A 12. C 14. D

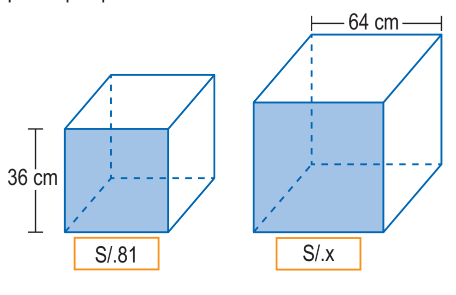
Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Calcula x, si en los recuadros se presenta el precio que cobra un pintor por pintar una cara de un cubo.



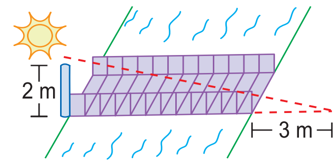
A) 324 B) 144 C) 216 D) 243 E) 256

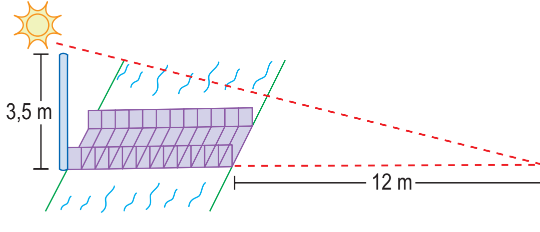
2. Calcula x + y, si la tabla corresponde a la información del n.° de días y n.° de obreros (con igual eficiencia) que se necesitan para terminar una obra.

n.° obreros	n.° días
8	15
5	x
y	20

A) 24 B) 18 C) 28
D) 36 E) 30

3. En el siguiente gráfico, calcula la longitud del largo del puente.





A) 9 m B) 12 m C) 8 m
D) 7 m E) 15 m

Razonamiento y demostración

4. Determina x.

Información brindada:

I. La sombra de un poste de 3 m es x m.
II. La sombra de un poste de 7 m es (2x + 4) m.

Para resolver el problema:

A) La información I es suficiente.
B) La información II es suficiente.
C) Es necesario utilizar ambas informaciones.
D) Cada una de las informaciones por separado es suficiente.
E) Las informaciones dadas son insuficientes.

5. Completa:

A. En una regla de tres ____________ participan más de dos magnitudes.
B. Si dos magnitudes son ____________, su producto en línea es constante.
C. Si dos magnitudes son ____________, su producto en aspa es constante.

Resolución de problemas

6. Un hombre tarda 12 días en colocar 11 520 ladrillos. ¿Cuántos ladrillos podrá colocar si trabaja 17 días?

A) 15 420 B) 16 320 C) 15 460
D) 15 480 E) 18 320

7. Si 3 hombres hacen una obra en 12 días, ¿cuántos hombres más habrá que contratar para hacer la obra en 4 días?

A) 9 B) 7 C) 8
D) 5 E) 6

8. Para cosechar un campo cuadrado de 18 m de lado se necesitan 12 días. ¿Cuántos días se necesitan para cosechar otro campo cuadrado de 27 m de lado?

A) 18 B) 20 C) 22
D) 27 E) 30

9. Un albañil pensó construir un muro en 15 días pero tardó 5 días más por el hecho que trabajó 3 horas menos cada día. ¿Cuántas horas trabajó diariamente?

A) 12 B) 10 C) 9
D) 8 E) 15

10. Un sastre pensó hacer un terno en una semana; pero tardó 4 días más por trabajar 4 horas menos cada día. ¿Cuántas horas trabajó diariamente?

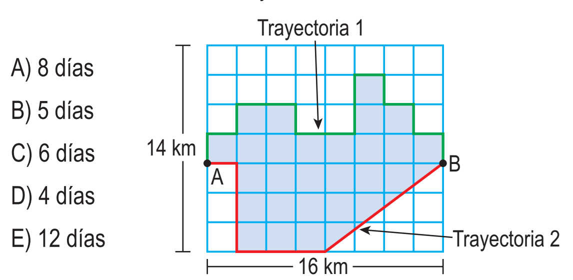
A) 11 B) 7 C) 8
D) 14 E) 22

NIVEL 2

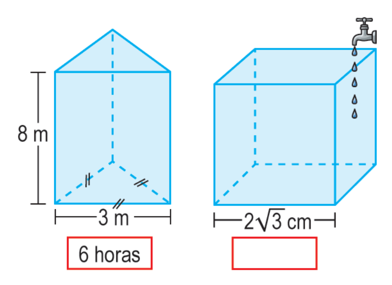
Comunicación matemática

11. En un viaje de la ciudad A hacia la ciudad B, Eder recorre la trayectoria 1 en 10 días a razón de 4 h/d. ¿Cuántos días se demorará en recorrer la trayectoria 2 a razón de 6 h/d?

A) 8 días
B) 5 días
C) 6 días
D) 4 días
E) 12 días



12. Completa el recuadro vacío, si corresponde al tiempo que se demora en llenar el recipiente cúbico.



Razonamiento y demostración

13. ¿Cuántos plátanos comerán 9 monos en 3 minutos?

Información brindada:

I. 6 monos comen 8 plátanos en 4 minutos.

II. 3 monos comen 3 plátanos en 3 minutos.

Para resolver el problema:

A) La información I es suficiente.

B) La información II es suficiente.

C) Es necesario utilizar ambas informaciones.

D) Cada una de las informaciones por separado es suficiente.

E) Las informaciones dadas son insuficientes.

14. Sabiendo que (x + 15) obreros realizan una obra en 3 días y x obreros pueden realizar la misma obra en 12 días. Analiza las siguientes afirmaciones:

I. 4 obreros podrían realizar la misma obra en 15 días. ( )

II. 3 obreros podrían realizar en 10 días una obra cuya dificultad es el doble de la anterior. ( )

III. 10 obreros con el doble de eficiencia podrían en culminar la obra 2 días. ( )

Son verdaderas:

A) I y II B) I; II y III C) Solo II
D) II y III E) Solo I

Resolución de problemas

15. Un caballo atado a una cuerda de 2 m, puede comer todo el pasto que está a su alcance en 5 horas. ¿En cuántas horas comerá el pasto que está a su alcance si la longitud de la cuerda fuera tres veces más?

A) 75 horas B) 80 horas C) 85 horas
D) 90 horas E) 95 horas

16. Un reservorio cilíndrico de 8 m de radio y 12 m de altura, abastece a 75 personas durante 20 días. ¿Cuál deberá ser el radio del recipiente de 6 m de altura que abastecería a 50 personas durante 2 meses?

A) 8 B) 24 C) 16
D) 18 E) 11

17. Se sabe que 48 operarios de una fábrica de confecciones de prendas de vestir pueden confeccionar un total de 235 ternos durante 90 días a razón de 8 horas diarias. ¿Cuántos días necesitarán 96 operarios de doble rendimiento para confeccionar 1175 ternos a razón de 12 horas diarias?

A) 75 B) 74 C) 73
D) 72 E) 76

18. 5 cocinas necesitan 5 días para consumir 5 galones de kerosene. ¿Cuántos galones consumirá una cocina en 5 días?

A) 10 B) 1 C) $2\frac{1}{2}$

D) $\frac{1}{2}$ E) 5

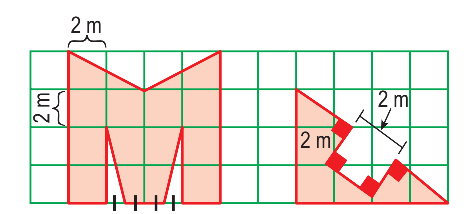
19. Colón y sus 239 tripulantes al salir de puerto de Palos tenían víveres para 6 meses. Si al llegar al nuevo continente ya habían transcurrido 4 meses, ¿cuántos hombres se quedarán en América sabiendo que el tiempo de regreso sería también 4 meses y la cantidad de ración es la misma?

A) 160 B) 84 C) 120
D) 48 E) 140

NIVEL 3

Comunicación matemática

20. 13 obreros pueden pintar la primera obra en 8 días. ¿Cuántos días se demorarán 4 obreros en pintar el área de la segunda obra?



A) 8 B) 10 C) 12
D) 14 E) 6

21. El cuadro muestra la información que cuatro especialistas brindan para culminar la misma obra. Calcula: x + y + z

h/d	n.° días	n.° obreros	Eficiencia
8	24	18	60%
9	32	x	48%
12	y	10	32%
z	144	z	40%

A) 48 B) 80 C) 75
D) 90 E) 60

Razonamiento y demostración

22. Coloca verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

Si se sabe que 5 ovejas tienen alimentos para ($x^2 + 5x + 6$) días y 6 ovejas pueden acabar dichos alimentos en $5(x + 3)$ días.

I. Podrán $\overline{mn}_{(3)}$ ovejas terminar los alimentos en 25 días ( )

II. Podrán $\overline{nn}_{(m)}$ ovejas terminar dichos alimentos en 70 días. ( )

III. Podrán CA (65) ovejas terminar los alimentos en 5 días. ( )

23. Coloca verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

Una obra puede ser realizada por 7 hombres trabajando 8 h/d durante 21 días, además, un hombre es el doble de eficiente que una mujer y esta, el doble de un niño.

I. Podrán 3 hombres, 2 mujeres y 3 niños, trabajando 6; 5 y 2 h/d, respectivamente, durante 12 días terminar la obra. ( )

II. Podrán 2 hombres, 3 mujeres y 2 niños, trabajando 7; 4 y 2 h/d, respectivamente, terminar la obra durante 56 días. ( )

III. Podrán 1 hombre, 1 mujer y 3 niños, trabajando 8; 6 y 4 h/d, respectivamente, durante 42 días terminar una obra cuya dificultad es la mitad del anterior. ( )

Resolución de problemas

24. Se sabe que 30 carpinteros pueden hacer 90 mesas o 150 sillas en 6 días. Halla x, sabiendo que 20 de estos carpinteros en 15 días han hecho 120 mesas y x sillas.

A) 50 B) 42 C) 48
D) 36 E) 30

25. Se contrató a un grupo de 15 obreros para terminar una obra en 30 días, trabajando 10 h/d. Después de 8 días de trabajo se acordó que la obra debería entregarse 12 días antes del plazo acordado. Si a partir de ese momento se trabajó una hora más y se logró entregar la obra, ¿cuántos obreros se contrataron adicionalmente?

A) 17 B) 15 C) 16
D) 18 E) 30

26. Si en 120 litros de aceite comestible hay 5 litros de aceite puro de pescado y el resto de aceite de soya. ¿Cuánto aceite de soya se debe agregar a estos 120 litros para que en cada 5 litros de mezcla haya tan solo 1/8 de litros de aceite de pescado?

A) 60 L B) 70 L C) 80 L
D) 90 L E) 50 L

27. Treinta obreros fueron contratados para construir un pozo de 5 m de radio y 10 metros de altura en 30 días, pero luego el dueño decide aumentar en un metro el radio para lo cual contrató a otros 18 obreros, ¿en cuánto tiempo estos obreros terminarán de completar la obra?

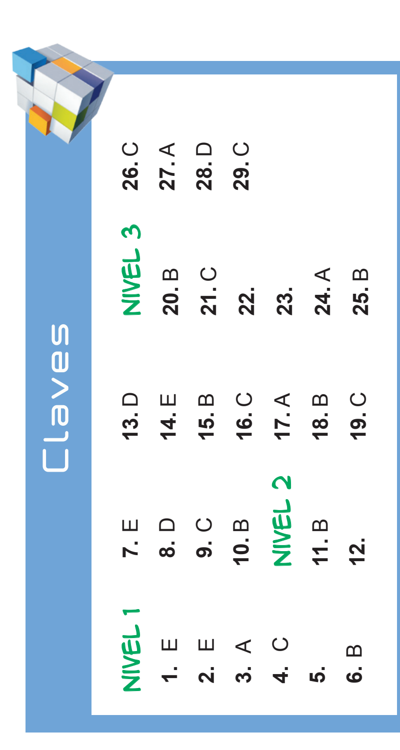
A) 22 días B) 17 días C) 25 días
D) 18 días E) 23 días

28. Un reservorio puede suministrar diariamente a cada una de las 25 familias vecinas 1,2 m^3 de agua durante 150 días. ¿En cuántos litros deberá reducirse el consumo diario de cada familia, si el número de ellas aumenta a 40 y se desea que la provisión dure 50 días más? (1 m^3 = 1000 litros)

A) 329,5 l B) 422,5 l C) 563,5 l
D) 637,5 l E) 545,8 l

29. Lalo utilizó los 5/3 del tiempo que utilizó Aldo, para construir una pared 6 m más alta que la de Aldo y si hubiesen trabajado juntos, el mismo tiempo que empleó Aldo habrían construido solo 10 m de pared. Calcula la relación de eficiencias si las paredes son de igual base.

A) 5/6 B) 7/8 C) 3/2
D) 4/3 E) 5/7



Aplicamos lo aprendido



TEMA 3: TANTO POR CIENTO

1 El 20% más de 600 sumado con el 20% menos de 500 es:

A) 1120 B) 100 C) 800
D) 600 E) 400

2 Dos descuentos sucesivos del 30% y 30% equivalen a un descuento único de:

A) 60% B) 54% C) 51%
D) 62% E) 59%

3 Calcula el 30% del 40% del 25% de 600.

A) 9 B) 18 C) 27
D) 36 E) 45

4 Al venderse un MP3 se gana el 20% del precio de venta. ¿Qué porcentaje del precio de costo se está ganando?

A) 15% B) 20% C) 25%
D) 30% E) 40%

5 ¿De qué número es 420 su 40% más?

A) 180 B) 240 C) 250
D) 300 E) 320

6 Si el lado de un cuadrado mide L unidades, ¿en cuánto varía su área si ahora el lado mide 2L unidades?

A) 100% B) 200% C) 300%
D) 350% E) 400%

7 Se vende un artículo recargándose el a% del precio de costo pero en el momento de comprarlo rebajaron el b%. Halla el valor de b, si no se ganó ni perdió.

A) $\dfrac{100a}{a+100}$ B) $\dfrac{100}{10a+100}$ C) $\dfrac{10}{100-a}$
D) $\dfrac{110a}{a+100}$ E) $\dfrac{200a}{a+100}$

8 ¿A cómo debo vender lo que me costó S/.1600 para ganar el 15% del precio de costo más el 20% del precio de venta?

A) S/.2000 B) S/.2100 C) S/.2200
D) S/.2300 E) S/.2400

9 Juan le encarga a Pedro la venta de una moto y Pedro se la encarga a Elías; Elías la vende y se queda con el 20% entregando el resto a Pedro. Este se queda con el 15% de lo que recibe y el resto que fue S/.4420 se lo entrega a Juan. ¿A cuánto se vendió la moto?

A) S/.4500 B) S/.5500 C) S/.6500
D) S/.7500 E) S/.8500

10 Se vende un producto ganando siempre el 20% del precio de costo, si el precio de venta del producto se incrementa en 10%. ¿Qué porcentaje del costo se ganará ahora?

A) 37,5% B) 32% C) 19%
D) 30% E) 13,6%

11 Juan compra un televisor a $240; si lo quiere vender ganando el 10% del costo más el 20% del precio de venta, ¿a qué precio debe vender el televisor de Juan?

A) $310 B) $330 C) $350
D) $380 E) $390

12 Se venden dos artículos en S/.480 c/u. En uno se gana el 20% de su costo y en otro se pierde el 20% de su costo, ¿se ganó o se perdió al final y cuánto?

A) Ganó S/.40 B) Perdió S/.40 C) Ganó S/.80
D) Perdió S/.80 E) No se ganó ni se perdió

13 Calcula el precio fijado de un artículo sabiendo que al momento de venderlo se ganó S/.80. Además el descuento que se efectuó es igual al 60% del costo que a su vez también representa el 30% del precio fijado.

A) S/.280 B) S/.290 C) S/.300
D) S/.300 E) S/.400

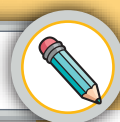
14 En un recipiente se tienen V litros de vino, de los cuales se extrae primero el 20%, a continuación el 50% y finalmente se extrae el 20%. Luego se agrega el 90% del volumen que quedó; pero no pudo completar lo extraído quedando en el recipiente 304 litros de vino. Calcula V.

A) 200 B) 250 C) 270
D) 300 E) 500

Claves

1. A	3. B	5. D	7. A	9. C	11. B	13. E
2. C	4. C	6. C	8. D	10. B	12. B	14. E

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Observa las imágenes y completa la tabla.

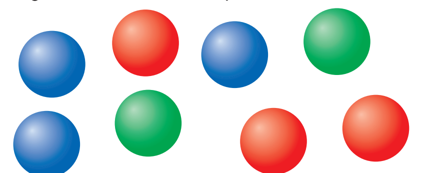






	Precio	Descuento	Precio final
Laptop	S/.3600		
Celular	S/.540		
Tablet	S/.860		

2. Dadas las siguientes bolitas, completa los recuadros vacíos:

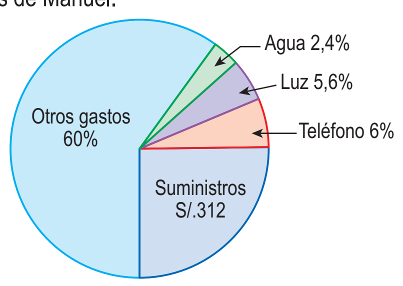


A) El porcentaje de bolitas rojas es ____________ .

B) El porcentaje de bolitas verdes es ____________ .

C) Si aumento ____________ bolitas verdes, tendría el 50% del total de bolitas.

3. En el gráfico circular se muestran los porcentajes de los gastos mensuales de Manuel.



Completa los recuadros según corresponda:

I. El gasto mensual de luz es ____________ .

II. El porcentaje que corresponde a los gastos en suministros es ____________ .

III. El gasto mensual total de Manuel es ____________ .

Razonamiento y demostración

4. Coloca verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

$\frac{3}{4}$ es equivalente al 25%.	
7%13 + 7%15 + 28%18 = 7.	
28% de 25 es igual a 25% de 28.	
El 20% de 80% de 25 es 4.	

5. Coloca verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

I. Siempre Pv > Pc

II. Si $Pv = \frac{Pf + Pc}{2}$, entonces la ganancia es numéricamente igual al descuento.

III. Dos descuentos sucesivos del 20% y 10% equivalen a uno de 30%.

A) VVF B) VVV C) FVF D) FVV E) FFF

Resolución de problemas

6. ¿Qué tanto por ciento es 360 de 7200?

A) 10% B) 20% C) 40% D) 5% E) 80%

7. Calcula el 99% de 2400 más el 15% de 400.

A) 2634 B) 2436 C) 2682 D) 2492 E) 2581

8. El precio de una calculadora es S/.34. Si se desea vender esta calculadora ganando el 10% del costo y el 15% del precio de venta, ¿cuál será su precio de venta?

A) S/.44 B) S/.42 C) S/.40 D) S/.43 E) S/.49

9. ¿De qué número es 750 el 15%?

A) 8000 B) 3000 C) 4000 D) 6000 E) 5000

10. Halla (a + b), si:

I. El 20% de a es 180.

II. El 24% de b es 72.

A) 1200 B) 1300 C) 1600 D) 1100 E) 980

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. ¿Qué porcentaje del área del hexágono regular mayor representa la parte sombreada?

A) 30%

B) 60%

C) 40%

D) 50%

E) 45%

12. Dada la siguiente imagen, completa la letra que corresponde al valor que se tiene que pagar luego de aplicar cada una de las operaciones.

S/.1200

a	Aumento del 40%.
b	Descuento del 30%.
c	2 aumentos sucesivos del 20% y 20%.
d	2 descuentos sucesivos del 10% y 20%.
e	Su 4 por 25.
f	Su 5 por mil.

	S/.864
	S/.6
	S/.192
	S/.840
	S/.1680
	S/.1728

Razonamiento y demostración

13. El precio fijado de un producto es S/.200 en dos tiendas.

a. En la tienda A se hacen descuentos sucesivos del 25% y luego del 20%.
b. En la tienda B se hace un descuento de 20%.

Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

I. En la tienda A se vende a menor precio.
II. En ambas tiendas se vende a igual precio.
III. Si al menor precio de venta le aumentamos el 33,3% ambos precios serían iguales.

A) VFV B) VVF C) VFF D) VVV E) FFV

14. Determina cuántos varones no usan lentes en un salón de 36 alumnos.

I. El 20% de varones usan lentes.
II. El 25% de las mujeres están con falda.

Para resolver el problema:

a. El dato I es suficiente y el dato II no lo es.
b. El dato II es suficiente y el dato I no lo es.
c. Es necesario utilizar I y II conjuntamente.
d. Cada uno de los datos por separado es suficiente.
e. Se necesitan más datos.

Resolución de problemas

15. Un jugador de fútbol ha rematado 10 tiros al arco, anotando 1 gol. ¿Cuántos disparos como mínimo debe efectuar para que la cantidad de tiros fallados represente el 75% del total?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 5 E) 4

16. José compró un artefacto y lo vende con un beneficio del 8%. Si hubiera ganado el 8% del precio de venta anterior, habría ganado 8 soles más. Determina el precio de compra de dicho artefacto.

A) S/.1250 B) S/.2500 C) S/.2000 D) S/.1500 E) S/.1425

17. A un obrero se le aumenta su sueldo de la siguiente manera:
12% sobre el 20% de su sueldo.
15% sobre el 50% de lo restante.
20% sobre los 300 nuevos soles restantes.
¿Cuál es su nuevo salario?

A) S/.873 B) S/.940 C) S/.900 D) S/.825 E) S/.720

18. Los 2/5 de una mercancía se venden con un 6% de pérdida, la mitad del resto con un 2% de ganancia. ¿Qué tanto por ciento debe ganar en la venta de lo que queda para finalmente ganar el 9% sobre el total de la mercancía?

A) 36% B) 54% C) 24%
D) 25% E) 30%

19. Un negociante vende un producto realizando un descuento del 40% del precio de lista, perdiendo el 60% de lo que debió ganar si hubiera realizado un descuento del 10% del precio de lista ¿Qué tanto por ciento del precio de lista es el precio de costo?

A) 42,5% B) 61,5% C) 71,25%
D) 52% E) 75,5%

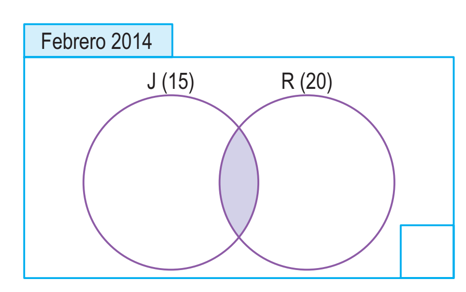
20. Para fijar el precio de un artículo, un comerciante aumentó el precio de costo en 90%. Luego establece una rebaja de 20%; pero a un cliente conocido le rebaja además 25% sobre este precio rebajado. ¿Qué tanto por ciento del costo gana finalmente?

A) 64% B) 14% C) 10% D) 8% E) 5%

NIVEL 3

Comunicación matemática

21. Durante un mes Christian salió a pasear con Jovana y Rocío. Calcula qué porcentaje de días de dicho mes salió con ambas.



A) 20% B) 40% C) 25% D) 75% E) 50%

22. ¿Qué porcentaje de los números en la siguiente tabla son números primos?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

A) 15% B) 24% C) 30% D) 18% E) 16%

Razonamiento y demostración

23. En un grupo de 150 personas, el 80% habla español y el 30% francés. ¿Cuántas personas no hablan francés ni español?

Información:

I. 96 personas solo hablan español.
II. El 20% de los que hablan español también hablan francés.

Para resolver el problema:

a. El dato I es suficiente.
b. El dato II es suficiente.
c. Es necesario usar ambos datos.
d. Cada uno de los datos por separado es suficiente.
e. Los datos dados son insuficientes.

24. Sabiendo que A DP B y A DP $\sqrt{C}$.
Analiza las siguientes proposiciones:

I. Si B disminuye en 40% y C aumenta en 21%, A disminuye en 34%. ( )

II. Si cuando A = $\overline{abc}$, B = 90% de 90 y cuando A = $\overline{bc}$, B = 50% de 1 y C aumenta en 300%, entonces $\overline{bc}$% $\overline{ac}$ = 8. ( )

III. Si cuando A = 20% de 25, C = 25%B y cuando C = 64%B, A es 8. ( )

A) VVF B) VFF C) VVV
D) VFV E) FVV

Resolución de problemas

25. Un arquitecto ha previsto, para cierta pared, su recubrimiento con losetas circulares y completas. Si todas las losetas son iguales. ¿Cuál es el máximo tanto por ciento de área de la pared que puede ser recubierto con dichas losetas?

A) 25π% B) 18π% C) 20π%
D) $22{,}5\pi$% E) 24π%

26. Por cada 2 artículos A se compran 3 artículos B y sus costos respectivos están en la relación de 1 a 2. Se decide venderlos, los primeros con una ganancia del 30% y los otros con un 40% obteniendo un total de S/.3520. ¿Cuánto compró de cada uno si el precio de venta del más barato es S/.26?

A) 32 y 48 B) 30 y 46 C) 26 y 40
D) 34 y 50 E) 36 y 52

27. Se tiene un depósito en forma de un cono invertido el cual tiene cierto volumen de agua. Luego se observó que dicho volumen varió en 48,8% debido a que se tiene una fuga de agua en la base. Calcula en que tanto por ciento varió el área de la superficie del agua que no está en contacto con el cono.

A) 24% B) 22,5% C) 25%
D) 36% E) 37,5%

28. Una persona apostó todo su dinero ganando el 10%, luego apostó lo que tenía perdiendo el 80% y por última vez apuesta todo el dinero que le queda perdiendo el 70% con la cual se retiró únicamente con S/.66. Calcula cuánto dinero perdió.

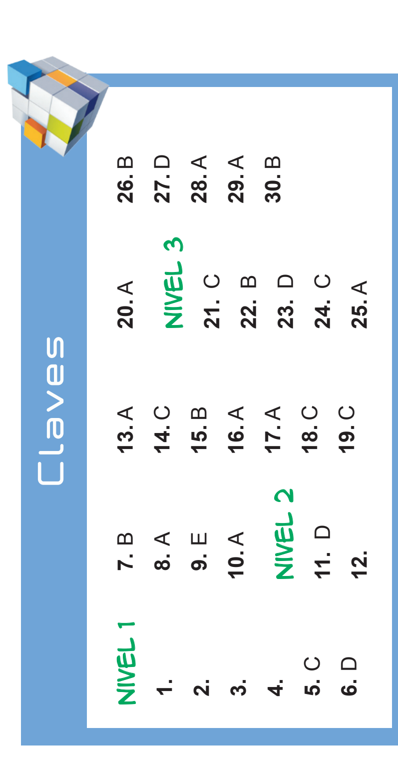
A) S/.934 B) S/.940 C) S/.920
D) S/.945 E) S/.918

29. Con el dinero que tengo podría comprar cierto número de camisas, pero podría comprar 6 camisas más si al precio de cada camisa se le hiciera dos descuentos sucesivos del 20% y 25%. ¿Cuántas camisas en total podría comprar si al precio de cada camisa le hicieran un descuento del 10%?

A) 10 B) 12 C) 18
D) 15 E) 14

30. Un mayorista vende un producto, ganando el 20% del precio de fábrica, un distribuidor reparte estos productos a las tiendas de comercio ganando una comisión del 15% del precio al por mayor. La tienda remata el artículo haciendo un descuento del 10% del precio de compra del distribuidor. ¿En qué porcentaje se eleva el precio de fábrica del producto?

A) 22% B) 24,2% C) 28%
D) 29% E) 30%



Aplicamos lo aprendido





TEMA 4: MEZCLA

1 ¿Cuántos litros de agua deben agregarse a 20 litros de una mezcla que contiene 35° de alcohol para obtener una mezcla de 28° de alcohol?

A) 5 B) 7 C) 10
D) 15 E) 25

2 Se mezclan 40 kg de arroz de S/.2 el kilogramo y 60 kg de arroz de S/.3 el kilogramo. ¿Cuánto cuesta cada kilogramo de la mezcla?

A) S/.2,6 B) S/.3,6 C) S/.4,6
D) S/.2,5 E) S/.3,5

3 ¿Qué cantidad de vino de 40 soles el litro hay que añadir a 5 litros de vino de 70 soles el litro para que la mezcla resulte de 50 soles el litro?

A) 10 L B) 15 L C) 12 L
D) 14 L E) 20 L

4 Se tiene una mezcla de 24 L de alcohol puro y 8 L de agua. Halla el porcentaje de alcohol en la mezcla.

A) 70% B) 75% C) 60%
D) 65% E) 68%

5 Se tienen 3 lingotes de leyes: 0,625; 0,645 y 0,735 cuyos pesos respectivos son: 2; 4 y 6 kg. Halla la nueva ley de aleación.

A) 0,687 B) 0,642 C) 0,693
D) 0,671 E) 0,732

6 ¿Qué cantidad de cobre se debe agregar a una barra de oro de 25 kg, cuya ley es 0,720, para que disminuya a 0,375?

A) 25 kg B) 7 kg C) 15 kg
D) 23 kg E) 38 kg

7 ¿En qué proporción se deben mezclar dos tipos de aceite, cuyos precios por litros son de S/.800 y S/.1100 para obtener una mezcla cuyo precio medio sea de S/.920?

A) 4/5
B) 3/2
C) 5/3
D) 3/4
E) 1/2

8 Se desea reducir la ley de una barra de oro de 0,96 a 0,90. ¿qué cantidad de cobre debe fundirse con cada kilogramo de la barra?

A) 66,6
B) 66/9
C) $66\frac{66}{9}$
D) 0,066
E) 6,66

9 Una mezcla alcohólica de 85° de pureza contiene 420 litros más de un ingrediente que del otro. ¿Cuántos litros de alcohol puro contiene dicha mezcla?

A) 510
B) 550
C) 560
D) 480
E) 520

10 Se mezcla 40 litros de alcohol de 80° con 20 litros de alcohol de 60° y para que la mezcla resulte de 40° se agrega cierta cantidad de agua. ¿Cuántos litros de agua se agregó?

A) 50
B) 60
C) 70
D) 80
E) 90

11 Se funde 450 g de una aleación de oro de 16 quilates, con otra aleación que contiene 320 g de oro puro y 30 g de cobre. De cuántos quilates es la aleación resultante.

A) 17,5
B) 18,5
C) 18,6
D) 19
E) 19,2

12 Se tiene una barra de plata de 0,85 de ley. ¿En qué relación se encuentran los pesos que deben quitarse a las cantidades de plata y cobre para que la ley se conserve?

A) 3 a 17
B) 16 a 15
C) 5 a 16
D) 17 a 16
E) 17 a 3

13 Los pesos de 3 lingotes de oro son proporcionales a los números 5; 7 y 9 siendo sus respectivas leyes 0,81; 0,75 y 0,69. Halla el peso de oro puro en el tercer lingote, si se sabe que el peso de oro del segundo excede en 36 g al peso de oro del primer lingote.

A) 175,6 g
B) 182,7 g
C) 186,3 g
D) 191,5 g
E) 192,6 g

14 El Sr. Flores compra 2 calidades de vino en botellas de la misma capacidad. El primero cuesta S/.18 la botella y el segundo S/.14 la botella. Se mezclan en la razón de 3 botellas del primero por cada botella del segundo, y la mezcla la vende a S/.18,70 la botella. ¿Qué porcentaje del costo ganó?

A) 8%
B) 10%
C) 12%
D) 15%
E) 17%

Claves

1. A	3. A	5. A	7. B	9. A	11. C	13. C
2. A	4. B	6. D	8. D	10. A	12. E	14. B

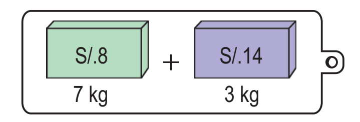


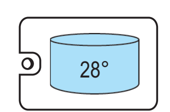
Practiquemos

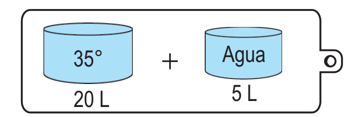
NIVEL 1

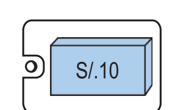
Comunicación matemática

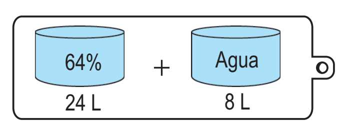
1. Relaciona según corresponda:

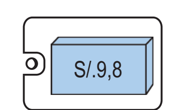


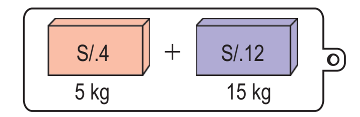


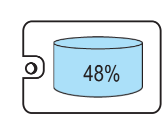




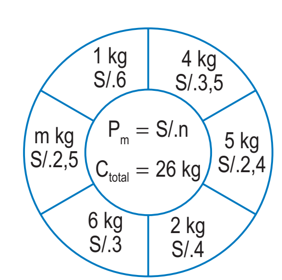








2. En el gráfico, se tienen los precios unitarios de café. Calcula: m + n.



A) 8 B) 11 C) 7
D) 9 E) 13

3. Completa la siguiente tabla:

C_1	C_2	P_1	P_2	P_m	C_{total}
1 kg	4 kg	S/.2	S/.7		
2 g		S/.4	S/.8		8 g
3 g		S/.2	S/.8	S/.5	

Razonamiento y demostración

4. Coloca verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

I. n.° quilates > 24 ( )

II. El platino es un metal ordinario. ( )

III. El grado del alcohol puro es 100°. ( )

IV. El grado del agua es 50°. ( )

5. Se tiene un lingote de oro cuya ley es $0,\overline{ab}\hat{c}$ de 14 quilates. Coloca verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

I. a + b = 13 ( )

II. C.A. $(\overline{ca}) = 51$ ( )

III. Si se funde con una barra de oro puro de igual masa, la ley resultante es $0,791\hat{6}$. ( )

Resolución de problemas

6. Se tiene 5 litros de alcohol al 80%. ¿Cuántos litros de agua se necesitan aumentar para rebajarlo al 25%?

A) 10 B) 11 C) 12
D) 13 E) 14

7. A 80 litros de alcohol al 60% se le adiciona 40 L de agua. ¿Cuántos litros de alcohol puro se deben agregar a esta nueva mezcla para obtener la concentración inicial?

A) 50 B) 60 C) 70
D) 80 E) 90

8. Se necesita obtener una aleación de oro cuya ley sea 0,925 y se dispone de 3 lingotes de 2 kg cada uno, cuyas leyes son 0,950; 0,900 y 0,875. ¿Cuántos kilogramos más se deben agregar al lingote de 0,950 para obtener lo que se necesita?

A) 2,5 B) 3 C) 3,5
D) 4 E) 4,5

9. Se mezcla alcohol de 48%, alcohol de 80% y agua en la relación de 5; 3 y n. Halla n si la mezcla es del mismo grado que uno de los componentes.

A) 1 B) 2 C) 4
D) 6 E) 7

10. ¿Cuántos kilogramos de un lingote de ley 0,6 será necesario fundir con otro lingote de 15 kg y 0,84 de ley, para obtener una ley de 0,7?

A) 21 B) 22 C) 23
D) 25 E) 20

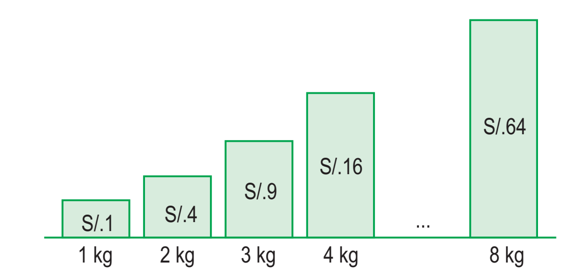
NIVEL 2

Comunicación matemática

11. Completa la tabla, si a la mezcla de alcohol se le agrega 4 L; 6 L; 8 L y finalmente, 16 L de agua pura sucesivamente.

Concentración de alcohol	80%				
Volumen de la mezcla	6 L				

12. En el gráfico, se muestra los precios unitarios y las cantidades de cierto producto. ¿Cuál es el precio medio?



A) S/.24 B) S/.30 C) S/.48
D) S/.36 E) S/.28

Razonamiento y demostración

13. Se tiene una pulsera de 18 quilates cuyo peso es 72 g. Coloca verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

I. Al agregar 36 g de oro puro se obtiene 20 K. ( )

II. Si añadimos 3 g de níquel se obtiene una aleación de 0,720 de ley. ( )

III. Si $0,04 \leq \text{Ley}^2 \leq 0,09$, entonces $0,7 \leq \text{Liga} \leq 0,8$ ( )

14. Si tienes una aleación cuya ley es $\overline{ab}/17$ y de liga $c/\overline{mn}$, además, ambas fracciones son irreductibles.

Coloca verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

I. Si $b = 5$, entonces $c = 2$. ( )

II. $\sqrt[3]{b+a+c} = \overset{\circ}{2}$ ( )

III. $0 \leq \text{Liga} < \frac{8}{17}$ ( )

Resolución de problemas

15. Juan tiene x litros de vino de S/.5 el litro, le añade 40 litros de S/.4 el litro, luego de la mezcla resultante extrae 20 litros que reemplaza por 20 litros de vino de S/.3,6 el litro y obtiene una nueva mezcla de S/.4,4 el litro. Halla x.

A) 40 B) 48 C) 60
D) 68 E) 80

16. Calcula el grado alcohólico de una mezcla, cuyo volumen es igual al 120% del volumen del primer alcohol de 66°, que a su vez su grado es 10° mayor que el segundo alcohol utilizado.

A) 45° B) 55° C) 75°
D) 64° E) 85°

17. Se tienen dos mezclas alcohólicas de 20° y 15° cuyos precios por litro son S/.18 y S/.13, respectivamente. Si al mezclarse se obtiene 19° de pureza, calcula a cómo se debe vender cada litro para ganar el 50% del costo.

A) S/.25,50 B) S/.28,00 C) S/.29,20
D) S/.30,50 E) S/.31,50

18. Se tiene una mezcla alcohólica de 84° en la cual se reemplaza su tercera parte con alcohol de 60°, la sexta parte con alcohol de 48° y la doceava parte con alcohol de 72°. Calcula cuántos litros de agua deben agregarse a 180 litros de esta nueva mezcla para que su pureza disminuya en 9%.

A) 30 B) 31 C) 28
D) 27 E) 32

19. Se ha mezclado 70 litros de vino de 3 soles el litro y 110 litros de otro vino de 2,1 soles el litro. Si para obtener 50 litros de mezcla se añadió solo 10 litros del segundo vino. El precio del litro de la mezcla será:

A) 2,82 soles B) 3,20 soles C) 2,50 soles
D) 2,70 soles E) 2,65 soles

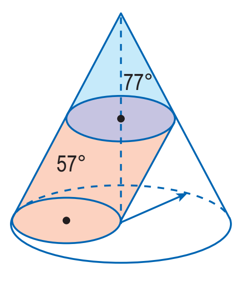
20. Luciana ha debido preparar 75 litros de bebida mezclando vino y agua en una relación de 5 a 1. Ella por error empleó 1 litro de agua para 5 litros de mezcla. ¿Cuánto necesitará adicionar de vino a esta mezcla para establecer la proporción deseada?

A) 13 L B) 15 L C) 17 L
D) 18 L E) 19 L

NIVEL 3

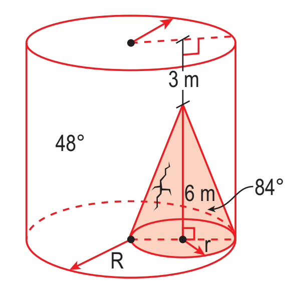
Comunicación matemática

21. Halla el grado medio que se obtiene al mezclar el alcohol del cono pequeño con el alcohol contenido en el cilindro oblicuo.



A) 68° B) 63° C) 62°
D) 72° E) 59°

22. Calcula el grado medio que resultaría al mezclarse el alcohol de 84° que contiene el cono con la mezcla de alcohol fuera de él.



A) 72° B) 60° C) 80°
D) 50° E) 70°

Razonamiento y demostración

23. Se mezclan 4 kg de café de S/.$\overline{a3}$ el kilo con 7 kg de S/.$\overline{ab}$ el kilo obteniéndose una mezcla cuyo precio medio es S/.$\overline{6m}$.

Coloca verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

I. Ambos tipos de café son de igual precio. ( )

II. $a = \overset{\circ}{6}$ ( )

III. CD $(\overline{ba}) = 9$ ( )

IV. $m \neq b$ ( )

24. Se ha fundido b kg de n/500 de ley con (b + 2) kg de n/800 de ley y (b – 2) kg de m centésimas de ley, obteniéndose n/600 de ley.

Coloca verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

I. Si $n = 2 \wedge b = 3$, entonces $m \in \mathbb{Z}$. ( )

II. Si $n = 5m$, entonces $b = 6$. ( )

III. Si $m = 3 \wedge n = 16$, entonces $b = 10$. ( )

Resolución de problemas

25. En un taller de orfebrería se funden 50 g de oro puro con 450 g de una aleación, aumentando la ley de dicha aleación en 0,02. Luego, la mitad de esta última aleación se funde con x gramos de una aleación de ley 0,910, obteniéndose una aleación final de ley 0,850. Halla x.

A) 125 B) 175 C) 225
D) 185 E) 215

26. Se tienen 3 toneles llenos de alcohol cuya capacidad es de 88 litros cada uno, conteniendo alcoholes cuyas purezas son 10%; 15% y 30%. Se extrae de cada uno volúmenes que están en la relación de 6; 4 y 5, se mezclan y luego dicha mezcla se agrega a lo que quedaba en el primer tonel, obteniendo alcohol de 16%. ¿Cuántos litros quedaron en el segundo tonel?

A) 32 B) 40 C) 48
D) 56 E) 78

27. Se ha mezclado 91 kg de café a S/.7 el kilogramo con cierta cantidad de café a S/.10 el kilogramo y se ha vendido el kilogramo de lo mezclado a S/.10. ¿Qué cantidad de la segunda clase se ha tomado, sabiendo que se ha obtenido un beneficio del 10% sobre el precio de venta?

A) 205 kg B) 210 kg C) 115 kg
D) 180 kg E) 182 kg

28. Jorge tiene dos recipientes, uno con 100 litros de alcohol de 40° y otro con 40 litros de alcohol de 30°. Luego de 2 días se evapora el 25% del alcohol puro del primero y el 50% del alcohol puro del segundo. ¿Cuántos litros de agua se deben mezclar con lo que queda para obtener una mezcla al 25% de alcohol?

A) 28 B) 24 C) 23
D) 20 E) 26

29. Se tiene un recipiente lleno de alcohol de 80°, se extrae la tercera parte y se reemplaza por agua. Se extrae los 2/5 de esta mezcla y se reemplaza por agua, finalmente se extrae los 3/4 y se reemplaza por agua. Se mezcla esta mezcla final con una misma cantidad de alcohol de 60° y 480 litros de alcohol puro obteniéndose finalmente una mezcla de 50°. Calcula el volumen total de esta última mezcla.

A) 1900 L B) 1950 L C) 1980 L
D) 2000 L E) 2020 L

30. Se funden 20 g de una aleación donde el peso de plata representa el 20% del total, con 10 g de una aleación en la cual su liga es a su ley como 3 es a 2. Halla el precio por gramo de la nueva aleación, si el gramo de plata pura cuesta 6 dólares y el gramo de ley 0,5 cuesta 4 dólares.

A) $1,6 B) $3,06 C) $3,28
D) $3,4 E) $6,8



Claves

NIVEL 1		NIVEL 2		NIVEL 3	
1.	7. B	11.	13.	21. C	26. D
2. B	8. D	12.	14.	22. D	27. E
3.	9. B		15. C	23.	28. D
4.	10. A		16. D	24.	29. C
5.			17. A	25. A	30. B
6. B			18. D		
			19. A		
			20. B		

Aplicamos lo aprendido



TEMA 5: INTERÉS

1 ¿Cuál es el interés producido por un capital de S/.7460 en 12 meses al 5% semestral?

A) S/.373 B) S/.248 C) S/.545
D) S/.746 E) S/.825

2 ¿En cuánto se convertirá S/.7200 al 68% anual en 5 meses?

A) S/.2040 B) S/.5040 C) S/.7040
D) S/.9240 E) S/.8240

3 ¿Qué interés produce S/.120 000 en 2 meses y 10 días al 16% cuatrimestral?

A) S/.11 000 B) S/.11 100 C) S/.11 200
D) S/.12 000 E) S/.11 500

4 Un capital impuesto durante 2 años produce un interés igual al 10% del monto. ¿Qué porcentaje del monto producirá en 6 años?

A) 20% B) 25% C) 30%
D) 15% E) 28%

5 Los capitales de 2 personas suman S/.27 000, si la primera impone su capital al 4% y la segunda al 5% anual obteniendo el mismo interés en el mismo tiempo. ¿Cuánto es el capital menor?

A) S/.10 000 B) S/.11 000 C) S/.12 000
D) S/.13 000 E) S/.14 000

6 Se prestó un capital por 3 años y el monto fue de S/.5100. Si se hubiera prestado por 5 años, el monto sería S/.7500. ¿Cuál fue la tasa anual?

A) 20% B) 30% C) 50%
D) 40% E) 80%

7 Una persona cuya fortuna asciende a S/.120 000, coloca una parte al 3% y la otra al 5%, de este modo se forma una renta anual de S/.5300. Calcula la diferencia de las partes.

A) S/.40 000 B) S/.50 000 C) S/.35 000
D) S/.60 000 E) S/.55 000

8 Los 5/7 de un capital colocado al 3% produce anualmente S/.420 más que el resto colocado al 4%. ¿Cuál es el capital (en soles)?

A) 40 000 B) 41 000 C) 42 000
D) 45 000 E) 44 000

9 El 30% de un capital se impone al 3% anual, el 25% al 4% anual y un 35% al 6% anual. ¿A qué porcentaje se deberá imponer el resto para obtener en un año un monto igual al 105% del capital?

A) 10% B) 12% C) 15%
D) 16% E) 20%

10 Un televisor cuesta S/.1400 y se tiene un capital de S/.1200; el cual se depositará por 8 meses en un banco para comprarlo y se sabe que al cabo de dicho tiempo su precio aumentará en un 15%. Halla la tasa anual.

A) 48,25% B) 49,75% C) 30%
D) 51,25% E) 53,25%

11 ¿Cuál es el interés que se obtiene al depositar S/.1000 durante 820 días; si por los años se paga el 10% anual, por los meses el 5% mensual y por los días el 2% diario?

A) S/.500 B) S/.530 C) S/.550
D) S/.560 E) S/.570

12 Un importador coloca cierta suma al 15% por dos años, termina el plazo, retira su capital e intereses y coloca el total al 35% bimestral, obteniéndose de intereses en un año la suma de S/.13 650. ¿Cuál es el capital?

A) S/.1000 B) S/.1200 C) S/.1500
D) S/.5000 E) S/.2000

13 Hace 3 años una persona depositó cierta suma de dinero al 10% semestral capitalizable anualmente y con el dinero acumulado hoy ha comprado una casa que planea vender en S/.220 320 con una ganancia del 20% sobre el precio de venta. ¿Cuál fue el interés obtenido?

A) S/.74 256 B) S/.103 960 C) S/.105 920
D) S/.108 050 E) S/.110 980

14 Un capital está impuesto al 20% semestral y un segundo capital al 50% anual. El exceso de un capital sobre el otro es de S/.35 000. Si el interés trianual que produce el primero es al interés cuatrianual que produce el segundo como 13 es a 10. Calcula el capital mayor.

A) S/.60 000 B) S/.65 000 C) S/.72 000
D) S/.56 000 E) S/.75 000

Claves

1. D	3. C	5. C	7. B	9. A	11. C	13. A
2. D	4. B	6. E	8. C	10. D	12. D	14. B

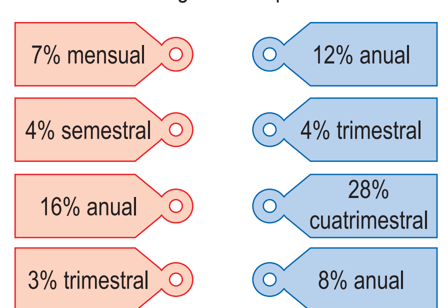
Practiquemos



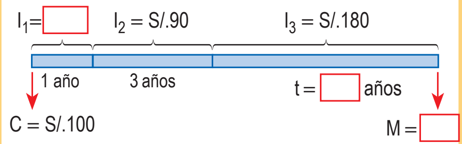
NIVEL 1

Comunicación matemática

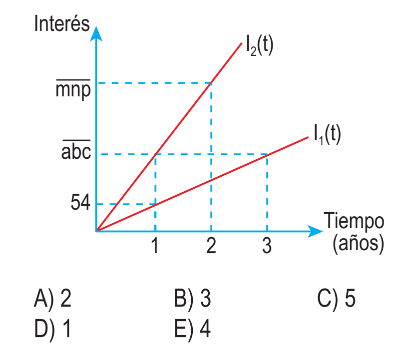
1. Relaciona según corresponda:



2. Completa los recuadros vacíos, si el capital se colocó a interés simple.



3. En el gráfico, calcula $\dfrac{a+b+c}{p+n-m}$.



A) 2 B) 3 C) 5
D) 1 E) 4

Razonamiento y demostración

4. Coloca verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

I. 1 mes comercial equivale a 31 días. ( )

II. 1 año bisiesto equivale a 365 días. ( )

III. En un interés simple se cumple: M – C = I ( )

5. Coloca verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

I. Si r% anual y t en años, entonces $I = C \times r\%t$ ( )

II. Si r% semestral y t en años, entonces $I = \dfrac{C \times r \times t}{50}$. ( )

III. Si r% bimestral y t en días, entonces $I = \dfrac{C \times r \times t}{600}$. ( )

Resolución de problemas

6. ¿Qué interés produce S/.240 000 en 2 meses y 10 días al 16% cuatrimestral?

A) S/.22 002 B) S/.22 000
C) S/.23 000 D) S/.22 400
E) S/.25 000

7. ¿Cuánto tiempo debe transcurrir para que un capital se duplique, si la tasa anual es 48%?

A) 2 años B) 1 año y 7 meses
C) 2 años y 1 mes D) 3 años
E) 1 año y 2 meses

8. ¿A qué tasa de interés anual la suma de S/.20 000 llegará a un monto de S/.21 200 colocada a interés simple en 9 meses?

A) 5% B) 6% C) 7%
D) 8% E) 9%

9. ¿Cuánto tiempo estuvo depositado un capital al 25% de interés simple, si el monto generado es el 125% del interés?

A) 13 años B) 14 años C) 15 años
D) 16 años E) 17 años

10. Calcula el monto producido por $60 000 durante 2 años, 3 meses y 6 días al 6% anual.

A) $68 000 B) $68 160 C) $67 800
D) $69 200 E) $68 900

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. En cuál de los bancos se obtiene mayor monto, si los capitales se imponen durante 2 años.

BANCO A
C = S/.10 000 r% = 20% anual Capitalizable semestralmente

BANCO B
C = S/.9000 r% = 20% anual capitalizable anualmente

BANCO C
C = S/.3600 r% = 75% anual Capitalizable cuatrimestralmente

12. Completa la siguiente tabla:

C	r (anual)	t (años)	I	M
S/.300	10	2		
S/.80		4		S/.100
	5		S/.40	S/.200

Razonamiento y demostración

13. Si la tasa y el tiempo (en años) son las raíces de la ecuación:

$x^2 - 9x + 20 = 0$

Además: $I = S/.\overline{2a} \wedge C = S/.\overline{ab5}$

Coloca verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

I. $a + b = 3$ ( )

II. $CD(\overline{ab}) = 4$ ( )

III. M = S/.162 ( )

14. Coloca verdadero (V) o falso (F) según corresponda:
Si un capital es prestado a interés compuesto:

I. $r\% = \sqrt[n]{\dfrac{M}{C}} + 1$ ( )

II. $n = \dfrac{\log(M.C)}{\log(1 + r\%)}$ ( )

III. $I = C[(1 + r\%)^n - 1]$ ( )

Resolución de problemas

15. Hace 8 meses se impuso cierto capital, cuyo monto actualmente es S/.4650. Si dentro de un año el monto será S/.4875, halla la tasa anual de imposición.

A) 3% B) 5% C) 7%
D) 9% E) 11%

16. Astrid colocó la mitad de su dinero al 6% anual, la tercera parte al 5% anual y el resto al 4% anual. Si gana un interés anual de S/.320, ¿cuál es su capital?

A) S/.5000 B) S/.5550 C) S/.6000
D) S/.5400 E) S/.7000

17. Un capital se impone al 40% anual durante 3 años, de manera que cada año se reciben las ganancias y la mitad de ellas se suman al capital. Si al final del tercer año se recibe S/.100 800, ¿cuál fue el capital depositado?

A) S/.40 000 B) S/.42 000
C) S/.45 000 D) S/.48 000
E) S/.50 000

18. Al dividir un capital en tres partes, se impone la primera al 3% bimestral, la segunda al 12% semestral y la tercera al 1% mensual. Anualmente producen el mismo interés y además se sabe que el total invertido es de S/.26 000. Obtén la mayor de las partes.

A) S/.60 00 B) S/.10 000
C) S/.11 000 D) S/.12 000
E) S/.18 000

19. Cada año se deposita S/.160 000 en una cuenta bancaria que produce 5% de interés semestral y con el mismo periodo de capitalización. ¿Qué capital se tendrá inmediatamente después de haberse efectuado el tercer depósito?

A) S/.502 120 B) S/.517 464
C) S/.525 734 D) S/.528 460
E) S/.530 881

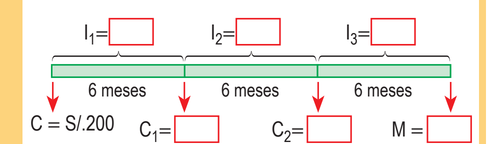
20. Una persona por error impone su capital al 5% durante 4 años a interés simple, debiendo imponerlo al r% de interés compuesto durante el mismo tiempo, perdiendo de esta manera el $\frac{546}{625}$ de su capital. Halla el valor de r.

A) 15 B) 20 C) 25
D) 35 E) 40

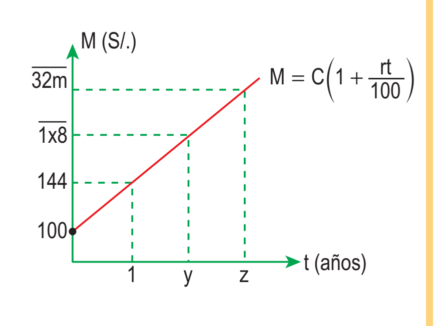
NIVEL 3

Comunicación matemática

21. Completa los recuadros vacíos, si el capital se colocó a interés compuesto a una tasa del 80% anual capitalizable semestralmente.



22. Del gráfico, calcula x + y + z.



A) 16 B) 12 C) 15 D) 14 E) 20

Razonamiento y demostración

23. Si r, t, I y C están en progresión geométrica, calcula C.

I. r = 2
II. k = 5

A) El dato I es suficiente y el dato II no lo es.
B) El dato II es suficiente y el dato I no lo es.
C) Es necesario utilizar I y II conjuntamente.
D) Cada uno de los datos por separado es suficiente.
E) Se necesitan más datos.

24. Sabiendo que:

Un capital impuesto al $\overline{c02}_{(b)}$% genera un interés de S/.$\overline{b0}_{(a)}$ y un monto de S/.$\overline{ac2}_{(6)}$ durante $\overline{mn}$ días (considerar $c = \overset{\circ}{3}$).
Coloca verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

I. $m + n = \overset{\circ}{3}$
II. $CD(\overline{ab}) = 6$
III. $MCD(\overline{amn}; \overline{bc}; 2014) = 1$

Resolución de problemas

25. Un capital colocado a una tasa del 5% en un determinado tiempo produce un interés de S/.1000. Si colocamos el monto obtenido a las mismas condiciones de tasa y tiempo del capital inicial nos produce un interés igual a 5/16 del capital original. ¿Cuál es el capital original?

A) S/.3900 B) S/.3700 C) S/.3800
D) S/.4200 E) S/.4000

26. Vladimiro deposita $\$\overline{abc000}$ en un banco de Ginebra que le paga 7,3% anual, y otro capital de $\$\overline{xyz000}$ lo coloca en una financiera de Gran Caimán la cual le da un beneficio de 8,2% anual. Luego de 11 años el monto originado por ambos capitales es el mismo.
Calcula a + b + c + x + y + z.

A) 20 B) 21 C) 22 D) 23 E) 24

27. Ulises quiere comprar una guitarra, pero le falta tanto como lo que tiene, así que decide comprarla dentro de 10 meses, por lo que deposita lo que tiene en un banco al 15% semestral y después de 4 meses deposita S/.115 más. Cuando retira todo su dinero, el precio se había incrementado en 20% de su valor, pero a pesar de ello logra comprarla sin tener excedente. Halla el precio final de la guitarra.

A) S/.276 B) S/.300 C) S/.360
D) S/.380 E) S/.408

28. Un capital de S/.175 200 fue impuesto al 30% anual de interés simple durante 7 meses seguidos. Determina cuál fue el primer mes de imposición si se sabe que en un año común habría un beneficio extra de S/.300 con respecto al interés que se obtendría considerando el año comercial.

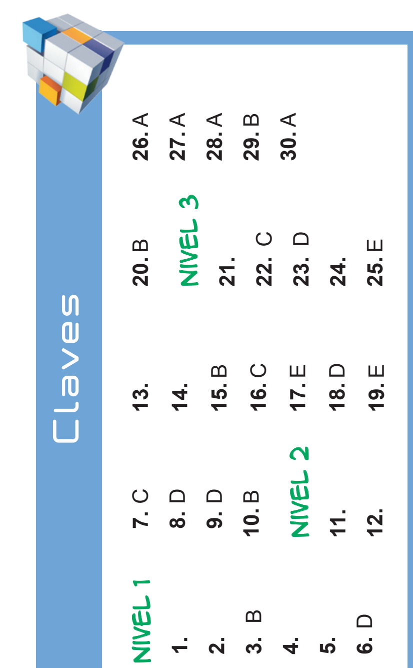
A) Mayo B) Junio C) Julio
D) Agosto E) Septiembre

29. Tito se presta cierta cantidad, comprometiéndose a pagar el 5% de interés mensual capitalizable bimestralmente. Si el primer pago de S/.1430 lo realiza al cabo de 2 meses y cancela lo adeudado 2 meses después con S/.363; ¿a cuánto ascendía el préstamo?

A) S/.1200 B) S/.1600 C) S/.1640
D) S/.1740 E) S/.1800

30. Erasmo va al banco y pide un préstamo por una cierta cantidad al 8% anual y 4 meses más tarde pide otro préstamo por otra cantidad, pero al 5% anual. Cinco meses después entrega al banco por capitales e intereses producidos la cantidad de S/.1800. Si los intereses producidos por cada préstamo son iguales, determina el valor del primer préstamo.

A) S/.450 B) S/.480 C) S/.520
D) S/.640 E) S/.720



MARATÓN Matemática

Un comerciante quiere mezclar tres tipos de arroz de S/.2,40; S/.3 y S/.3,60 el kilogramo. ¿Cuánto habrá de utilizar del primer tipo si se desea obtener una mezcla de 240 kilogramos que pueda vender a S/.3,84 el kilogramo ganando el 20%, si los pesos de los dos primeros tipos están en la relación de 3 a 4 respectivamente?

Resolución:

Del enunciado:

Cantidades	Precios
C_1	S/.2,40
C_2	S/.3
C_3	S/.3,60

Además: $\frac{C_1}{C_2} = \frac{3}{4} \Rightarrow C_1 = 3k \ \wedge \ C_2 = 4k$

Se tiene: $C_1 + C_2 + C_3 = 240$

$3k + 4k + C_3 = 240$

$7k + C_3 = 240$

También:

$$P_m = \frac{P_1 \times C_1 + P_2 \times C_2 + P_3 \times C_3}{C_1 + C_2 + C_3}$$

$$P_m = \frac{3k(2,40) + 4k(3) + (3,60)C_3}{240} \Rightarrow P_m = \frac{19,2k + 3,60C_3}{240}$$

$$P_m = \frac{19,2k + 3,60(240 - 7k)}{240} = \frac{864 - 6k}{240}$$

$$P_m = \frac{144 - k}{40}$$



Por dato:

$P_V = P_m + 20\%P_m$

$3,84 = 120\%P_m$

$3,2 = P_m$

$\Rightarrow \frac{144 - k}{40} = 3,2$

$k = 16$

Piden: $C_1 = 3k = 3(16) = 48$ kg

1. Reparte $7200\sqrt{2}$ en partes DP a los números $\sqrt{50}$, $\sqrt{98}$ y $\sqrt{288}$. Calcula la diferencia entre la mayor y la menor de las partes.

A) $2200\sqrt{2}$ B) $2100\sqrt{2}$ C) 1500
D) $3600\sqrt{2}$ E) $1500\sqrt{2}$

2. Se reparte una determinada cantidad de dinero entre 3 personas. Lo que recibe a la primera es a lo de la segunda como 2 es a 7, y lo que recibe la segunda es a lo de la tercera como 2 es a 3. Sabiendo que la última recibe S/.189, encuentra la cantidad de dinero que se repartió.

A) S/.320 B) S/.335 C) S/.340
D) S/.345 E) S/.351

3. Dos socios inician un negocio imponiendo capitales que están en la relación de 43 a 56. Luego de cierto tiempo cierran el negocio distribuyéndose las utilidades. Si la diferencia de estas es S/.390, calcula la ganancia total.

A) S/.4970 B) S/.2970 C) S/.1970
D) S/.5940 E) S/.3970

4. En 24 horas 15 obreros han hecho 1/4 de una obra. ¿Cuántas horas empleará otra cuadrilla de 30 hombres doblemente hábiles para terminar la obra?

A) 10 B) 12 C) 14
D) 16 E) 18

5. Un navío partió con una tripulación de 200 hombres, llevando víveres suficientes para una travesía de 48 días de duración. Después de 12 días de navegación se dio albergue a 40 viajeros procedentes de un naufragio. ¿Cuántos días menos de lo previsto duraron los víveres dando ración completa a todos los tripulantes y viajeros?

A) 4 días B) 5 días C) 6 días
D) 7 días E) 8 días

6. En 20 días de 6 horas diarias, 24 costureras de rendimiento 6, hicieron 300 pantalones de doble costura. ¿Cuántas costureras de rendimiento 8, trabajando 9 horas diarias, durante 20 días, harán 200 pantalones con triple costura?

A) 12 B) 30 C) 45 D) 50 E) 24

7. Un negociante vende un producto realizando un descuento del 40% del precio de lista, perdiendo el 60% de lo que debió ganar si hubiera realizado un descuento del 10% del precio de lista ¿Qué tanto por ciento del precio de lista es el precio de costo?

A) 42,5% B) 61,5% C) 71,25% D) 52% E) 75,5%

8. Para fijar el precio de un articulo su costo se incrementa en 30%. Además la ganancia neta, los gastos y el descuento están en progresión aritmética. Calcula el precio fijado, sabiendo que la ganancia neta representa el 20% de los gastos y el precio de venta es S/.280.

A) S/.350 B) S/.230 C) S/.450 D) S/.340 E) S/.325

9. Un recipiente de 100 litros de capacidad está lleno con alcohol de 80°. ¿Cuántos litros de dicho recipiente hay que sacar para que al ser reemplazado por agua se obtenga una mezcla de 60°?

A) 21 L B) 23 L C) 20 L D) 25 L E) 27 L

10. Se mezcla alcohol de 30° cuyo costo por litro es de 15 soles, con alcohol de 55° cuyo costo por litro es de 20 soles. Calcula el costo de un litro de la mezcla, sabiendo que por cada 5 litros de estas 2 son de alcohol puro.

A) S/.18 B) S/.20 C) S/.17 D) S/.21 E) S/.19

11. Al mezclar 10 litros de 60° con 20 litros de 30° de pureza, el costo de la mezcla es de S/.80 el litro. Se desea saber cuánto costará cada litro si se mezclan cantidades iguales de 60° y 30°. (Considerar S/.0 el costo del agua).

A) S/.80 B) S/.84 C) S/.88 D) S/.90 E) S/.100



Unidad 4

RECUERDA

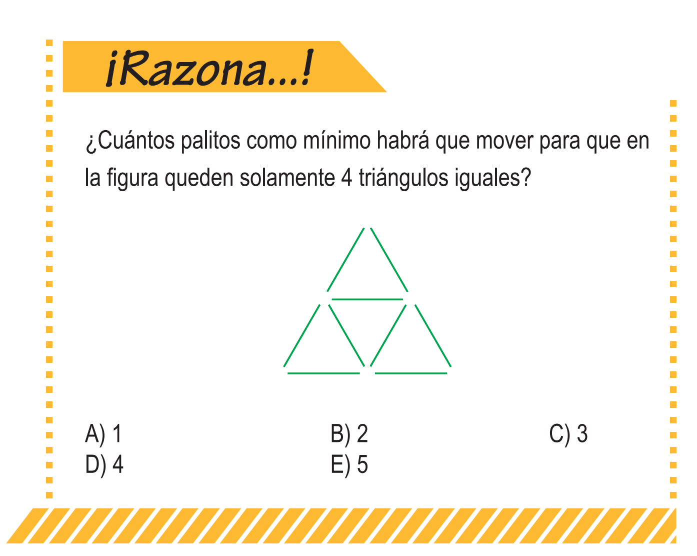
Las matemáticas durante el Renacimiento

Aunque el final del período medieval fue testigo de importantes estudios matemáticos sobre los problemas del infinito por autores como Nicole Oresme, no fue hasta principios del siglo XVI cuando se hizo un descubrimiento matemático de trascendencia en Occidente. Era una fórmula algebraica para la resolución de las ecuaciones de tercer y cuarto grado, y fue publicado en 1545 por el matemático italiano Gerolamo Cardano en su *Ars Magna*. Este hallazgo llevó a los matemáticos a interesarse por los números complejos y estimuló la búsqueda de soluciones similares para ecuaciones de quinto grado y superior. Fue esta búsqueda la que a su vez generó los primeros trabajos sobre la teoría de grupos a finales del siglo XVIII y la teoría de ecuaciones del matemático francés Évariste Galois a principios del siglo XIX.

También durante el siglo XVI se empezaron a utilizar los modernos signos matemáticos y algebraicos. El matemático francés François Viète llevó a cabo importantes estudios sobre la resolución de ecuaciones. Sus escritos ejercieron gran influencia en muchos matemáticos del siglo posterior, incluyendo a Pierre de Fermat en Francia e Isaac Newton en Inglaterra.

Reflexiona

- *Los problemas existen como creencias mentales de nuestro ego, que es incapaz de concebir la conciencia de nuestra mente espiritual.*
- *Si reescribes tu contrato con la realidad, tú podrás cambiar tu mente y deshacerte de todo aquello que percibes como un problema. Cambia tu actitud hacia tí mismo.*
- *Reescribe tu contrato con la realidad respecto a quien eres tú y qué eres capaz de lograr. Tus pensamientos son la fuente de prácticamente todo lo que configura tu vida.*



¡Razona...!

¿Cuántos palitos como mínimo habrá que mover para que en la figura queden solamente 4 triángulos iguales?

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

Aplicamos lo aprendido





TEMA 1: DESCUENTO

1 ¿Cuánto se rebajará de una letra de S/.6200, descontada comercialmente al 9%, 4 meses antes de su vencimiento?

A) S/.180 B) S/.185 C) S/.186
D) S/.190 E) S/.100

2 ¿Cuál será el descuento comercial para una letra de S/.42 000 que se ha descontado al 8%, 2 años antes de su vencimiento?

A) S/.6720 B) S/.5720 C) S/.6530
D) S/.6520 E) S/.4720

3 Halla el valor actual de una letra de S/.19 200, que vencerá dentro de 45 días y que es negociada al 11%.

A) S/.18 930 B) S/.18 936 C) S/.17 151
D) S/.18 777 E) S/.17 588

4 Si el Dc de una letra es S/.120 y el Dr es S/.80. Calcula el Vn.

A) S/.180 B) S/.240 C) S/.720
D) S/.480 E) S/.200

5 Una letra de S/.1800 se descuenta racionalmente a una tasa del 2% mensual, obteniéndose por ella S/.1500. ¿Dentro de cuánto tiempo vencerá dicha letra?

A) 1 mes B) 2 meses C) 4 meses
D) 5 meses E) 10 meses

6 Una letra que vence dentro de 2 meses tiene un valor actual de S/.40 000; si la letra se descontara dentro de 15 días, el descuento sería de S/.4500. Halla el valor nominal de la letra.

A) S/.46 600 B) S/.46 220 C) S/.46 000
D) S/.48 000 E) S/.48 600

7 ¿Cuál será el descuento racional que se obtendría en una letra, cuyo valor nominal es S/.1 305 850, descontada al 20% anual por 20 días?

A) S/.15 350 B) S/.14 350 C) S/.14 450
D) S/.16 420 E) S/.18 420

8 Para una letra que se descuenta comercialmente se cumple: $Vn = \frac{7}{3} \cdot Va$; Dc = S/.580. Calcula: 2Vn – 3Va.

A) S/.720 B) S/.725 C) S/.820
D) S/.500 E) S/.600

9 ¿Cuál es el valor actual (en soles) de una letra de cambio de S/.72 000, pagadera al 12 de Septiembre y que fue descontada el 20 de Junio del mismo año al 12%. El banco cobró el 1% de comisión y el 2,5% por cambio de plazo. Nota: los descuentos adicionales se realizan sobre el valor nominal.

A) 66 824 B) 64 000 C) 67 464
D) 66 000 E) 65 000

10 Después de haberse comprometido a pagar una deuda de 75 200 soles en partes iguales la mitad a los 90 días y la otra mitad a los 60 días después de efectuar el primer pago; esta persona decide cancelar la misma deuda con un descuento anual del 12%. ¿Cuánto tiene que pagar al contado (en soles)?

A) 71 080 B) 70 080 C) 72 082
D) 72 192 E) 72 292

11 Una persona debe a otra una letra de S/.12 000 pagadera a los 6 meses, conviene en pagar su deuda mediante dos letras iguales que vencen a los 2 y 8 meses, respectivamente. ¿Cuál es el valor nominal de estos pagos, si se aplica una tasa de descuento del 40% anual?

A) S/.5700 B) S/.5760 C) S/.5600
D) S/.5650 E) S/.5780

12 Se tienen 3 letras cuyos valores nominales son V_1; V_2 y V_3, tal que: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{2}$ y $\frac{V_2}{V_3} = \frac{5}{7}$.
Las letras son pagaderas dentro de 3; 8 y 5 meses, respectivamente. ¿Dentro de cuántos meses vencerá la letra que reemplace a las 3 en vencimiento común?

A) 3 meses B) 4 meses C) 5 meses
D) 6 meses E) 7 meses

13 Aristóteles posee una letra de S/.1500 pagadera dentro de 80 días; va al banco y la canjea por una letra pagadera dentro de 30 días y S/.1000 en efectivo. Si el descuento es comercial al 5%, ¿cuál es el valor de la letra pagadera en 30 días?

A) S/.485 B) S/.470 C) S/.490
D) S/.485,35 E) S/.440

14 Se entrega a un banco, dos letras, una de S/.2000 pagadera en 60 días y otra de S/.3000 pagadera en 36 días. El banquero descuenta las dos letras a una tasa del 6% y retiene, además, el 1% de comisión sobre los valores nominales. ¿Cuánto debe entregar el banquero al interesado?

A) S/.4000 B) S/.4500 C) S/.4600
D) S/.4700 E) S/.4912

Claves

1. C 2. A 3. B 4. B 5. E 6. C 7. B 8. B 9. C 10. D 11. B 12. C 13. D 14. E

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Coloca verdadero (V) o falso (F), según corresponda:

I. Entendemos por descuento a la rebaja que te hacen al comprar algo. ( )
II. Valor nominal es aquella cantidad que figura en la letra de cambio. ( )
III. Valor actual es la cantidad que se recibe al cancelar una letra de cambio. ( )
IV. Valor actual es el valor nominal menos el descuento. ( )
V. Tasa de descuento es el porcentaje, por periodo de tiempo, aplicado a uno de los valores. ( )

2. Halla el descuento comercial y el valor efectivo del siguiente pagaré:

> S/.500,00 Lima, 2 de febrero de 1991
>
> Pagaré a sesenta días fecha, al Sr. Víctor Mandujano o a su orden, la cantidad de quinientos nuevos soles, valor recibido de dicho señor.
>
> Yisela Rojas
>
> Descontado, febrero 15, 1991, al 5%.

Razonamiento y demostración

3. Deduce la fórmula para hallar el descuento comercial, toma el tiempo en años.

4. Usando la fórmula deducida, calcula el descuento en la siguiente pregunta:

¿Cuánto se rebajará de una letra de S/.950,00 descontada comercialmente al 8 1/2% anual, 2 años antes del vencimiento?

Resolución de problemas

5. Se ha descontado comercialmente una letra de S/.800 que vencía dentro de 3 meses a una tasa del 20% anual. ¿Cuánto ha sido el descuento?

A) S/.20 B) S/.30 C) S/.40 D) S/.60 E) S/.80

6. Si el Dc de una letra es S/.400 y el Dr es S/.360. Calcula el Vn.

A) S/.3600 B) S/.3800 C) S/.4000 D) S/.4200 E) S/.4500

7. Una letra de S/.1200 se descuenta racionalmente a una tasa del 5% mensual, obteniéndose por ella S/.1000. ¿Dentro de cuánto tiempo vencía dicha letra?

A) 1 mes B) 2 meses C) 3 meses
D) 4 meses E) 5 meses

8. El valor actual comercial de una letra es S/.3000 y el descuento comercial es el 4% del valor nominal. ¿Cuál es el valor nominal de la letra?

A) S/.2916,6 B) S/.3350 C) S/.3300 D) S/.3225 E) S/.3125

9. Una letra se descuenta racionalmente 5 meses antes de su vencimiento, a la tasa de interés simple del 52% anual. Si el descuento resultó S/.18 200, ¿cuál es el valor nominal de la letra?

A) S/.342 082 B) S/.80 560 C) S/.180 340
D) S/.102 200 E) S/.100 140

NIVEL 2

Comunicación matemática

10. Coloca verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

I. Al descuento comercial también se le llama descuento abusivo. ( )
II. Al descuento racional también se le conoce como descuento legal. ( )
III. Al propietario de una letra, cuando la negocia, le conviene que se aplique el descuento comercial. ( )
IV. Es recomendable aplicar el descuento comercial, cuando el plazo para el vencimiento es corto. ( )

11. Halla el descuento comercial y el valor actual de los siguientes documentos (las fechas son del mismo año).

	Valor nominal	Fecha en que se negocia	Vencimiento	Tasa de descuento
A	S/.1200,00	6 de junio	3 de agosto	10%
B	S/.1500,00	2 de enero	4 de febrero	6%
C	S/.3000,00	20 de marzo	20 de abril	6%

Razonamiento y demostración

12. Deduce la fórmula para hallar el descuento racional, toma el tiempo en años.

13. Calcula el descuento racional y el valor actual racional de una letra de S/.948,00, descontada al 4% anual en 5 años.

Resolución de problemas

14. Se sabe que el descuento comercial y el valor nominal de una letra son entre sí como 3 es a 7. Además, su descuento racional es $900. El valor nominal de dicha letra es:

A) $3000 B) $4000 C) $4800
D) $4200 E) $1200

15. Un señor firma una letra pagadera dentro de 18 meses; pero a los 6 meses la cancela con un descuento del 12% semestral. Si se sabe que si la hubiera pagado el mismo día que firmó se hubiera ahorrado S/.960. Halla el valor nominal de la letra.

A) S/.4800 B) S/.5400 C) S/.8000
D) S/.6300 E) S/.7200

16. Calcula el valor nominal de una letra que descontada al 35%, venciendo a los 80 días, produce una diferencia de S/.49 entre el descuento racional y el comercial.

A) S/.8700 B) S/.8710 C) S/.8720
D) S/.8730 E) S/.8740

17. Si se descuenta matemáticamente una letra, su valor actual es los 10/11 del valor nominal. Si se descontara comercialmente, ¿qué porcentaje del valor nominal sería el valor actual?

A) 90% B) 95% C) 97%
D) 93% E) 98%

18. Se venden en un banco 2 letras pagaderas a los 50 y 70 días respectivamente al 4% comercial, siendo el descuento de 810 nuevos soles. Si las letras se hubieran descontado 10 días más tarde, el descuento habría disminuido en 130 nuevos soles. ¿Cuál es el valor nominal de la letra de menor precio?

A) S/.45 000 B) S/.72 000 C) S/.36 000
D) S/.18 000 E) S/.42 000

19. El descuento comercial y racional de una misma letra son proporcionales a dos números consecutivos y los valores actuales respectivos son proporcionales a los números 126 y 128. ¿Cuál es la diferencia de descuentos si el valor nominal es de S/.14 400?.

A) S/.100 B) S/.150 C) S/.200
D) S/.250 E) S/.300

NIVEL 3

Comunicación matemática

20. Halla el descuento racional y el valor actual racional de los siguientes documentos: (las fechas son del mismo año).

	Valor nominal	vencimiento	Fecha del descuento	Tasa de descuento
A	S/.7209,00	30 septiembre	21 septiembre	5%
B	S/.18 090,00	24 junio	25 abril	3%
C	S/.4575	2 noviembre	5 junio	4%

21. Razona:

¿Por qué el descuento comercial se llama abusivo y el racional legal?

Razonamiento y demostración

22. Halla la fórmula para calcular la diferencia entre el descuento comercial y el racional. Parte de:

$$Dc = \frac{Vn.t.r}{100} \quad y \quad Dr = \frac{Vn.t.r}{100 + t.r}$$

23. Usando la fórmula deducida, calcula los descuento y la diferencia de un pagaré de S/.900,00 negociado al 6% en 60 días.

Resolución de problemas

24. Los valores nominales de 2 letras están en relación de 3 a 5 y el valor nominal de la tercera letra es la semisuma de las otras dos. Si la primera vence dentro de 30 días; la segunda, dentro de 42 días y la tercera, dentro de 60 días. ¿Dentro de cuánto tiempo debe ser pagada una letra cuyo valor nominal sea igual a la suma de los valores nominales de las tres letras?

A) 25 días B) 40 días C) 30 días D) 32 días E) 45 días

25. Un comerciante toma en traspaso una tienda por S/.75 000 a pagar en 2 plazos: la mitad a los 3 meses y la otra mitad a los 2 meses siguientes. Si paga al contado con un descuento del 6% anual, ¿Cuánto le ha costado (en soles) el traspaso al comerciante?

A) 73 500 B) 72 500 C) 25 000 D) 71 500 E) 70 000

26. ¿Cuál es el valor actual (en soles) de una letra de cambio de S/.72 000, pagadera al 12 de septiembre y que fue descontada el 20 de junio del mismo año al 12%. El banco cobró el 1% de comisión y el 2,5% por cambio de plazo. Nota: los descuentos adicionales se realizan sobre el valor nominal.

A) 66 824 B) 64 000 C) 67 464 D) 66 000 E) 65 000

27. Omar compra un auto con un 40% de inicial y firmando una letra pagadera en un mes al 60% anual, por el resto del valor del auto, pero el vendedor se equivocó al poner la fecha de vencimiento escribiendo el mes siguiente al realmente calculado, beneficiando a Omar con un n% del precio de contado. El valor de n es:

A) 1,8 B) 2,5 C) 3 D) 4 E) 5

28. Un comerciante debe 3 letras a un mismo acreedor; la primera por S/.12 000 que vence el 20 de julio, la segunda que vence el 4 de agosto y la tercera que vence el 18 de septiembre. Si, luego, reemplaza estas tres letras por una sola de S/.48 000 cuyo valor nominal es la suma de los valores nominales de las letras reemplazadas y que vence el 19 de agosto. Determina la diferencia entre los valores nominales de la segunda y tercera letra.

A) S/.4000 B) S/.2500 C) S/.5000 D) S/.3200 E) S/.5200

29. Al calcular el vencimiento de n letras cuyos valores nominales son proporcionales a 1; 2; 3; ... y cuyos vencimientos son 1; 3; 5; 7;... meses, respectivamente, se obtiene un número entre 9 y 11 meses. ¿Cuál es el número de letras?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

Claves

NIVEL 1
1.
2.
3.
4.
5. C
6. A
7. D
8. E
9. D

NIVEL 2
10.
11.
12.
13.
14. A
15. C
16. D
17. A
18. A
19. C

NIVEL 3
20.
21.
22.
23.
24. E
25. A
26. C
27. C
28. A
29. C

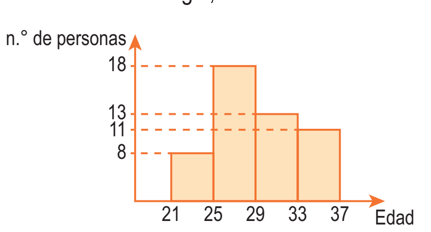




Aplicamos lo aprendido

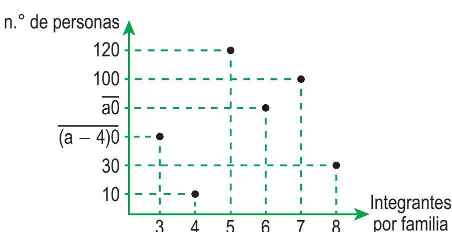
TEMA 2: ESTADÍSTICA

1 El histograma muestra la frecuencia de edades del personal docente de un colegio, calcula la edad media.



A) 29,16 B) 27,5 C) 28,97
D) 29 E) 28,67

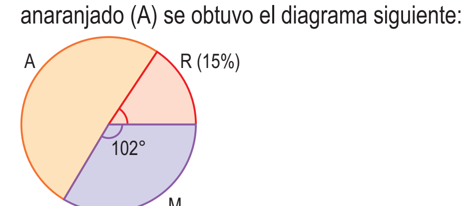
2 El siguiente gráfico representa la cantidad de integrantes por familia de un grupo de personas entrevistadas.



Si los que conforman 4, 5 ó 6 integrantes por familia representan el 55%, ¿qué tanto por ciento de entrevistados conforman 3 ó 4 integrantes por familia?

A) 15% B) 20% C) 18%
D) 24% E) 16%

3 En una muestra de 300 personas acerca de las preferencias de una marca de bebida por sus colores morado (M), rojo (R) y anaranjado (A) se obtuvo el diagrama siguiente:



La cantidad de personas que prefieren el color anaranjado es:

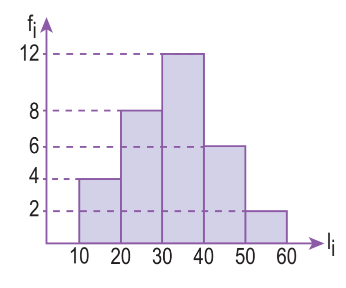
A) 100 B) 170 C) 140
D) 160 E) 240

4 Determina la mediana en la siguiente distribución de frecuencia:

I_i	[6; 16⟩	[16; 26⟩	[26; 36⟩	[36; 46⟩	[46; 56]
f_i	10	16	20	9	5

A) 20 B) 24 C) 25
D) 28 E) 36

5 Del siguiente histograma; determina la media aritmética.



A) 32 B) 32,45 C) 33,250
D) 33,125 E) 33,50

6 Completa la siguiente tabla de distribución de frecuencias de ancho de clase común y halla: a + b + c + d + n + m

I_i	x_i	f_i	F_i
[20; ⟩		6	
[; ⟩	c		14
[a; ⟩		n	26
[; ⟩	d	10	m
[; b⟩			44
[; 56]		6	

A) 140 B) 200 C) 170
D) 210 E) 250

7 Calcula la media aritmética en:

I_i	x_i	f_i	F_i
[; ⟩		5	
[12; ⟩			15
[; ⟩			32
[; ⟩			
[30; ⟩		7	50

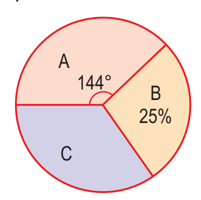
A) 21,6 B) 20,4 C) 23,17
D) 24 E) 16,5

8 Completa la siguiente tabla de distribución de frecuencias y halla: $f_2 + h_1$.

I_i	f_i	F_i	h_i	H_i
[30; 50⟩		18		
[50; 70⟩				0,30
[70; 90⟩	27			
[90; 110⟩			0,40	

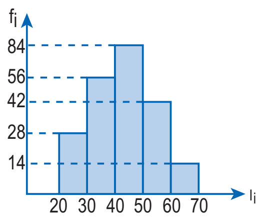
A) 9,2 B) 22,2 C) 5,2
D) 30,5 E) 24,3

9 En el diagrama circular se muestra las preferencias de 300 personas sobre tres productos, halla cuántas personas prefieren a C.



A) 80 B) 25 C) 105
D) 120 E) 240

10 Del siguiente histograma f_i vs I_i:



Halla la media aritmética.

A) 42 B) 42,45 C) 43,25
D) 43,125 E) 43,5

11 Al averiguar el número de hijos de 20 familias, se obtuvo los siguientes datos: 3; 2; 5; 0; 1; 3; 2; 1; 0; 1; 3; 4; 2; 4; 4; 3; 4; 3; 2; 3. Determina qué porcentaje de familias tiene dos hijos o más pero menos de cuatro.

A) 25% B) 40% C) 50%
D) 70% E) 60%

12 Halla la media aritmética de los datos de la tabla.

I_i	x_i	f_i
[10; 15⟩	12,5	3
[15; 20⟩	17,5	5
[20; 25⟩	22,5	7
[25; 30⟩	27,5	4
[30; 35]	32,5	2
		21

A) 20,79 B) 21,79 C) 19,8
D) 21,7 E) 20,5

13 Halla la varianza y la desviación estándar de la tabla anterior.

A) 157,88 y 13,15 B) 100 y 10 C) 225 y 15
D) 150 y 10 E) 157,88 y 12,57

14 En un cuadro de distribución de 4 intervalos de igual ancho de clase se sabe que: $x_1 = 12$, $x_3 = 28$, $f_2 = 45$, $h_1 = h_3 = 0,25$. Si en total hay 120 datos, calcula su media.

A) 19 B) 20 C) 21
D) 22 E) 23

Claves

1. A 2. A 3. B 4. D 5. D 6. B 7. A 8. A 9. C 10. D 11. C 12. B 13. E 14. D

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Coloca verdadero (V) o falso (F) donde corresponda:

I. La moda de: 3; 3; 5; 6; 6; 3; 8; 9 es 3 ( )

II. La mediana de: 25; 23; 16; 14; 5; 1; 13 es 14. ( )

III. La media aritmética de: 8; 6; 7; 6; 5; 4; 3; 1 es 6. ( )

2. Siempre se puede afirmar que:

a) $Mo < Me < \overline{X}$ ( )
b) $\overline{X} < Me < Mo$ ( )
c) $Me = \overline{X} = Mo$ ( )

Razonamiento y demostración

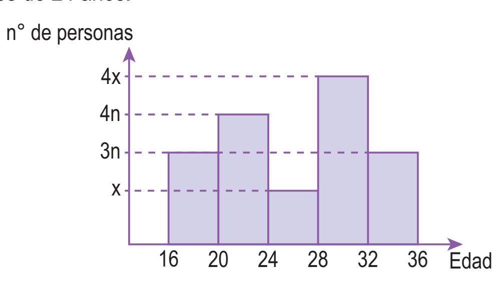
3. Para la siguiente tabla comprueba que la mediana es 75 usando la fórmula para datos tabulados.

I_i	x_i	f_i	F_i
[20; 40⟩	30	1	1
[40; 60⟩	50	2	3
[60; 80⟩	70	10	13
[80; 100⟩	90	5	18
[100; 120⟩	110	3	21

4. De la tabla anterior, comprueba que la moda es 72,3. Usa la fórmula para datos tabulados.

Resolución de problemas

5. En la siguiente gráfica, indica qué tanto por ciento de las personas tienen entre 21 y 34 años, si se sabe que el 35% tiene menos de 24 años.



A) 66,5% B) 77,5% C) 67,5%
D) 62,5% E) 72,5%

Enunciado para los problemas (6 - 9).
En el siguiente diagrama muestra el número de alumnos que llegaron tarde durante la semana.

6. ¿Cuántas tardanzas se registraron en toda la semana?

A) 145 B) 130 C) 125
D) 150 E) 90

7. ¿Qué porcentaje del total de tardanzas se registró el día martes (aprox.)?

A) 27% B) 27,6% C) 29%
D) 29% E) 30%

8. El número de tardanzas del martes, con respecto al día miércoles, ¿en qué porcentaje es mayor?

A) 20% B) 45,5% C) 39%
D) 37,5% E) 40%

9. El número de tardanzas del jueves, con respecto al día miércoles, ¿en qué porcentaje es mayor?

A) 19% B) 16,7% C) 15%
D) 20% E) 30,7%

10. Calcula el cuartil uno (Q_1), cuartil dos (Q_2) y el cuartil tres (Q_3), de las siguientes edades en años:
5; 4; 4; 8; 14; 10; 9; 13; 11; 11
Da como respuesta el mayor cuartil.

A) 10 B) 9 C) 7 D) 11 E) 6

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. Calcula la mediana en:

I_i	x_i	f_i	h_i	H_i
[30 ; 50⟩			0,2	
[; ⟩		40		
[; ⟩				0,9
[; ⟩				
	Total	100		

12. Halla el valor de verdad de las siguientes proposiciones.

I. La mediana se calcula como la suma de todos los datos entre la cantidad de estos. ( )

II. Población y muestra son lo mismo ya que de ambos se hacen estudios estadísticos. ( )

III. La media y la mediana de un grupo de datos se calculan igual. ( )

IV. La mediana se calcula en la muestra y la media en la población. ( )

V. La moda representa al dato que más se repite en un grupo dado. ( )

Razonamiento y demostración

13. Demuestra la fórmula de la media aritmética para datos tabulados o clasificados:

$$\overline{X} = \sum_{i=1}^{k} x_i h_i$$

Donde k es el número de intervalos.

14. Para la tabla del problema 3, comprueba la fórmula de la media para datos tabulados.

Resolución de problemas

15. De la siguiente tabla de frecuencias, calcula qué porcentaje de personas tiene por lo menos 20 años, sabiendo que hay tantas personas de por lo menos 25 años y menos de 30 años, como personas de por lo menos 30 años pero menos de 40 años.

I_i	x_i	f_i	F_i	H_i
[5; 15⟩		3k		
[15; 20⟩			5k	
[20; 25⟩		5k		
[25; 30⟩				
[30; 40⟩			14k	
[40; 45⟩		k		

A) $55,\hat{5}\%$ B) $66,\hat{6}\%$ C) $77,\hat{7}\%$
D) 88,8% E) $44,\hat{4}\%$

16. De un grupo de personas, se tiene la siguiente información. Se desea saber qué tanto por ciento ganan entre S/.27 y S/.54.

Ingreso diario (S/.)	Frecuencia relativa
[10; 20⟩	k/25
[20; 30⟩	3k/50
[30; 40⟩	k/50
[40; 50⟩	3k/100
[50; 60]	k/20

A) 40% B) 41% C) 42%
D) 43% E) 44%

17. Completa la siguiente tabla de distribución de frecuencias e indica qué tanto por ciento del total tienen edades desde 20 hasta 33 años.

Edades	f_i	h_i	H_i
[12; 18⟩			0,10
[; 24⟩		0,30	
[; 30⟩	40		
[; 36⟩	20		

A) 40% B) 50% C) 60% D) 70% E) 80%

18. Dada la siguiente distribución de frecuencia, halla: $f_1 + f_3 + F_4$

I_i	f_i	F_i	h_i	H_i
[10; 20⟩			0,1	
[20; 30⟩				
[30; 40⟩	24		0,3	
[40; 50⟩	30			0,85
[50; 60⟩				

A) 95 B) 97 C) 98 D) 100 E) 101

19. Halla el decil uno (D_1), decil tres (D_3) y decil cinco (D_5), del siguiente conjunto de datos. Da la suma de los resultados.

5; 13; 4; 14; 4; 12; 8; 5; 14; 7; 10; 8; 9; 9; 13; 9; 11; 9; 11; 14

A) 23 B) 19 C) 20
D) 21 E) 22

20. Halla el coeficiente de variación en el siguiente conjunto de datos:

4; 5; 4; 9; 3; 6; 7; 6; 8; 2

A) 28,4% B) 38,3% C) 39,1%
D) 30,3% E) 27,8%

NIVEL 3

Comunicación matemática

21. Dada la siguiente información en una distribución de frecuencias con 6 intervalos de ancho de clase común, las marcas de clase del segundo y sexto intervalo son 40 y 120 respectivamente. Se sabe que $F_6 = 100$; $h_4 = 0,26$; $h_6 = h_1$; $h_3 = h_5 = h_6 + 0,09$; $h_2 + h_6 = h_4$.

Coloca verdadero (V) o falso (F), según corresponda:

I. $f_1 + f_3 = 29$ ( )

II. $(f_3 - f_5)^{2014} - (f_1 - f_6)^{2014} = \overset{\circ}{4} + 1$ ( )

III. $h_3 + x_1 + F_3 = 62,1$ ( )

22. Se tienen los siguientes datos de una tabla de frecuencias de 5 intervalos de ancho de clase común.

$$\frac{f_1}{2} = \frac{f_2}{3} = \frac{f_5}{6} = 5;\ h_3 = 0,2 \wedge H_4 = 0,7$$

Además los límites inferiores del intervalo 2 y 4 son 20 y 44, respectivamente.

Coloca verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

I. Si $x_5 + f_4 = \overline{ab}$, entonces $a + b = \overset{\circ}{3}$. ( )

II. $CD(x_4) = 8$ ( )

III. Si $f_i \times h_i \times f_5 \times h_5 = a^b$, $a; b \in \mathbb{Z}^+$,
entonces: $x_5 + a\,.\,b = \overset{\circ}{37}$ ( )

Razonamiento y demostración

23. Demuestra la fórmula de la mediana para datos tabulados:

$$Me = L_m + w_m\left[\frac{N/2 - F_{m-1}}{f_m}\right]$$

24. Demuestra la fórmula de la moda para datos tabulados:

$$Mo = L_o + w_o\left[\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right]$$

Resolución de problemas

25. De la siguiente tabla de distribución de frecuencias, calcula: $f_2 + f_1 + n$

Intervalos	f_i	h_i	F_i	H_i
[10; 20⟩				
[20; 30⟩				
[30; 40⟩		0,3		
[40; 50⟩	25		n	0,8
[50; 60⟩	20			

A) 104 B) 123 C) 105
D) 125 E) 126

26. Completa la siguiente tabla de distribución de frecuencias y calcula: $f_1 + f_3 + F_3$

Intervalos	f_i	h_i	$h_i \times 100\%$	$H_i \times 100\%$
[24; 34⟩			8%	
[; ⟩				40%
[; 54⟩	42			
[; 64⟩	18			
Total				

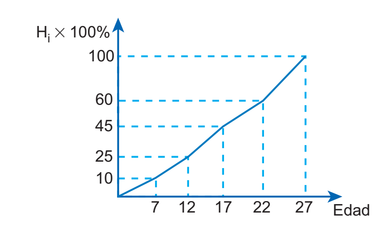
A) 130 B) 132 C) 134
D) 136 E) 138

27. La siguiente tabla nos muestra los intervalos de clase y la frecuencia relativa de una tabla de distribución de frecuencias del número de pantalones que produce una persona en una fábrica. Calcula qué tanto por ciento de personas producen de 5 a 8 pantalones.

I_i	[5; 7⟩	[7; 9⟩	[9; 12⟩	[12; 15⟩
h_i	2k	k + 0,02	0,08	1,5k

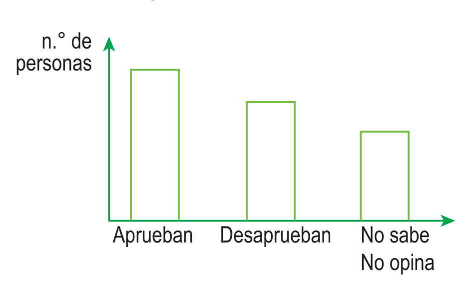
A) 50% B) 51% C) 52%
D) 53% E) 54%

28. El siguiente cuadro muestra la ojiva de la frecuencia relativa acumulada de las edades de cierto número de personas. ¿Qué porcentaje de personas son mayores de edad y menores de 23 años?



A) 18% B) 19% C) 20%
D) 21% E) 22%

29. Se muestra un gráfico acerca de la aprobación de la gestión presidencial.
Se sabe que: $h_2 = 5h_3$; $f_1 - f_2 = 80$; $f_1 - f_3 = 160$.
Si el tamaño de la muestra es n y el x% aprueban al presidente, calcula $n + x + 60h_3$.



A) 318 B) 322 C) 336
D) 350 E) 364

30. Tenemos los siguientes conjuntos de datos:
a) 7, 5, 3, 2, 4, 5
b) 20, 25, 20, 22, 21

Halla cuál de los dos tiene mayor dispersión.

A) a B) b C) Iguales
D) Ninguno E) Todos los anteriores

31. Si la siguiente distribución de frecuencias es simétrica, calcula la moda.

I_i	f_i	F_i	h_i
[20; ⟩	12		
[; ⟩			0,15
[; ⟩			
[; ⟩			
[60;]		60	

A) 29 B) 34 C) 40
D) 45 E) 50

Claves

NIVEL 1	7. B	13.	20. C	26. B
1.	8. D	14.	NIVEL 3	27. B
2.	9. B	15. B	21.	28. C
3.	10. C	16. E	22.	29. E
4.	NIVEL 2	17. D	23.	30. B
5. E	11.	18. D	24.	31. D
6. A	12.	19. D	25. C	

Aplicamos lo aprendido



TEMA 3: ANÁLISIS COMBINATORIO

1 Para llegar de la ciudad A a la ciudad B hay 5 rutas terrestres y 2 rutas aéreas. ¿De cuántas maneras diferentes puede llegar una persona de A a B, utilizando las rutas mencionadas?

A) 7 B) 9 C) 8
D) 6 E) 10

2 ¿Cuántos comités de 3 miembros se pueden elegir de un grupo de 6 personas?

A) 10 B) 20 C) 15
D) 22 E) 17

3 ¿Cuántas palabras adicionales con sentido o no, se pueden formar con las letras de la palabra EDITORIAL?

A) 150 232 B) 181 439 C) 160 232
D) 179 145 E) 180 200

4 ¿De cuántas maneras Vilma podrá seleccionar los sabores de un helado, si hay 6 sabores disponibles y ella desea por lo menos 4 sabores?

A) 18 B) 20 C) 22
D) 16 E) 15

5 En el consejo de una ciudad hay 10 consejeros y 5 regidores. ¿Cuántos comités pueden formarse si cada comité debe de constar de 5 consejeros y 3 regidores?

A) 1829 B) 2909 C) 2987
D) 2520 E) 2023

6 Se tienen 10 problemas de Aritmética, de los cuales hay un problema con gráfico. ¿De cuántas maneras se podría dejar como tarea 5 problemas a un alumno, de modo que siempre se incluya el problema que tenga el gráfico?

A) 126 B) 878 C) 213
D) 134 E) 129

7 ¿De cuántas maneras distintas se pueden colocar 5 soldados en una fila?

A) 12 B) 60 C) 24
D) 720 E) 120

8 En un salón de clase, formado por 6 mujeres y 7 hombres, se desea escoger una pareja mixta de estudiantes para formar una comisión. ¿De cuántas maneras diferentes se puede escoger dicha pareja?

A) 30 B) 42 C) 36
D) 49 E) 13

9 En una biblioteca hay 10 libros de Aritmética y 6 de Álgebra. ¿De cuántas maneras se pueden colocar 5 libros en un estante, de los cuales 3 sean de Aritmética y 2 de Álgebra?

A) 30 B) 120 C) 1800
D) 16 E) 60

10 Se tienen 10 bolas, sobre una mesa, de colores negro, azul, blanco y rojo. Si hay 3 bolas de color negro y 5 bolas de color azul, ¿de cuántas maneras diferentes se podrán ordenar dichas bolas en una fila?

A) 5200 B) 5020 C) 5000
D) 5010 E) 5040

11 ¿Cuántos triángulos diferentes se pueden formar uniendo solo los 6 vértices de un hexágono?

A) 20 B) 35 C) 10
D) 7 E) 56

12 ¿De cuántas formas se podrían ubicar en una fila 4 hombres y 3 mujeres, si estas deben ocupar los lugares pares?

A) 12 B) 7 C) 72
D) 288 E) 144

13 Con 7 consonantes y 4 vocales, ¿cuántas palabras que contengan cada una 3 consonantes y 2 vocales (todas distintas entre sí) pueden formarse?

A) 25 400 B) 25 000 C) 25 200
D) 2520 E) 2540

14 De un grupo conformado por 5 varones y 3 mujeres. ¿Cuántas comisiones de cuatro personas se pueden formar, considerando que deben haber al menos dos mujeres?

A) 35 B) 15 C) 8
D) 720 E) 30

Claves

1. A	3. B	5. D	7. E	9. C	11. A	13. D
2. B	4. C	6. A	8. B	10. E	12. E	14. A

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Halla la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones.

I. En una combinación sí nos importa el orden en que son agrupados los elementos de un conjunto dado. ( )

II. Una variación es lo mismo que una combinación sólo que tomando todos los elementos del conjunto. ( )

III. En una permutación no nos importa el orden de los elementos. ( )

IV. $C_n^m P_n = V_n^m$ ( )

V. Todas las funciones recursivas tienen un solo caso base. ( )

2. Si los dígitos 3; 5; 7; 8 y 9 se colocan en los cuadros de la expresión:



¿Cuántos resultados se obtendrán?

A) 120 B) 30 C) 60
D) C_3^5 E) P_3

Razonamiento y demostración

3. Demuestra la propiedad:

$$C_n^m = C_{m-n}^m$$

4. Usando los conceptos estudiados, demuestra la siguiente igualdad:

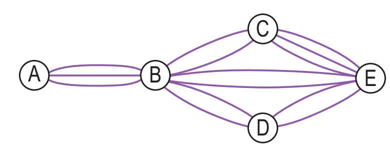
$$C_n^m \times P_n = V_n^m$$

Resolución de problemas

5. Si se lanzan tres monedas sobre una mesa, de todos los ordenamientos posibles, ¿cuántos presentan dos caras y un sello?

A) 3 B) 6 C) 4
D) 2 E) 1

6. En la figura cada línea representa un camino, ¿de cuántas maneras diferentes se puede ir de la ciudad A a la ciudad E sin retroceder?



A) 14 B) 36 C) 48
D) 60 E) 24

7. En una tienda hay cinco modelos de camisa y tres de pantalón. ¿Cuántos conjuntos distintos de pantalón y camisa podemos comprar?

A) 10 B) 15 C) 20
D) 12 E) 25

8. ¿Cuántas palabras de tres letras (con o sin sentido) pueden formarse con las letras de la palabra AZUL?

A) 32 palabras B) 64 palabras C) 20 palabras
D) 15 palabras E) 25 palabras

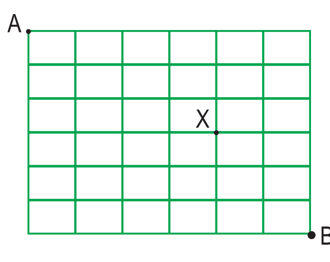
9. Se tienen 3 obras: la primera obra consta de 3 tomos, la segunda de 4 tomos y la tercera de 1 tomo. Se quiere colocarlas en una misma fila de un estante, de tal manera que los libros de la misma obra se coloquen juntos. ¿De cuántas formas pueden ubicarse?

A) 144 B) 288 C) 432
D) 720 E) 864

NIVEL 2

Comunicación matemática

10. ¿De cuántas maneras diferentes se puede ir desde el punto A hacia el punto B sin retroceder en ningún momento y sin pasar por el punto x?



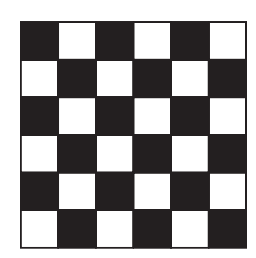
A) 70 B) 50 C) 40
D) 60 E) 120

11. Halla cuantas jugadas posibles se pueden hacer en la primera jugada de una partida de ajedrez.

En ajedrez se entiende por primera jugada a dos movimientos, uno del blanco y la respuesta del negro.

Razonamiento y demostración

12. En el siguiente cuadrado de 36 casillas, ¿de cuántas maneras diferentes se puede escoger una casilla blanca y una negra de tal manera que no estén en la misma horizontal y vertical?



13. Halla la fórmula para calcular el número de saludos que se da en una reunión a la que concurren n personas. Asumir que cada saludo se da solo una vez.

Resolución de problemas

14. ¿De cuántas maneras se pueden ordenar 5 libros en un estante con capacidad para 5 libros?

A) 24 B) 120 C) 720
D) 30 E) 144

15. Para ir del local de Wilson al de San Felipe se tiene 4 líneas de ómnibus, 6 líneas de coaster y 5 líneas de microbús. ¿De cuántas formas distintas se puede realizar dicho recorrido en alguna de estas líneas?

A) 13 B) 15 C) 16
D) 17 E) 18

16. Si Maribel tiene 5 faldas que combinan con 3 blusas y también 9 pantalones que hacen juego con 6 polos diferentes. ¿De cuántas maneras distintas podrá vestirse?

A) 50 B) 62 C) 65
D) 69 E) 72

17. En un estante hay 5 libros de Aritmética y 7 libros de Geometría. ¿De cuántas maneras diferentes se puede coger un libro de Aritmética y otro de Geometría?

A) 35 B) 12 C) 25
D) 30 E) 40

18. Eva María tiene 2 pares de zapatos diferentes, 3 pantalones diferentes y 4 blusas también diferentes. ¿Cuántos días como mínimo deberá repetir su forma de vestir durante el mes de noviembre?

A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 8

NIVEL 3

Comunicación matemática

19. Un esquiador quiere tener el recorrido más largo posible en una montaña. Si el esquiador sólo puede descender en altitud y en forma recta (no en diagonal), ayúdalo a obtener el recorrido máximo en la siguiente montaña de alturas:

1	3	5	7	9
2	9	11	15	16
3	4	6	17	13
21	8	12	19	20

20. Analiza el siguiente problema, resuélvelo usando combinaciones y principio suma, luego resuélvelo con variaciones con repetición. Compara las soluciones.

Un niño tiene cuatro coches de colores diferentes (azul, blanco, verde y rojo) y decide regalárselos a sus hermanos Fernando, Luis y Teresa. ¿De cuántas maneras diferentes puede regalar los coches a sus hermanos?

Razonamiento y demostración

21. Demuestra la relación de Pascal:

$$C_n^m = C_{n-1}^{m-1} + C_n^{m-1}, \quad 1 \leq n \leq m-1$$

22. Calcula el número de permutaciones de n elementos, siendo que 2 elementos a y b no pueden estar juntos.

Resolución de problemas

23. Un niño tiene doce cartas: nueve de ellas son los números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9. Las tres restantes son las figuras: seta, caballo y rey. ¿De cuántas maneras se pueden alinear cuatro de las doce cartas, con la condición que siempre estén las tres figuras?

A) 108 B) 216 C) 432 D) 288 E) 144

24. El garaje de Ángel tiene cinco plazas. Como la casa es nueva, hasta ahora solo hay tres coches; el de Ángel, Beatriz y Carmen que pueden colocar cada día el coche en el lugar que prefieren, si no está ocupado. Este es el esquema de la cochera:

1	2	3	4	5

¿De cuántas maneras posibles pueden Ángel, Beatriz y Carmen pueden estacionar sus coches en la cochera?

A) 36 B) 15 C) 48 D) 54 E) 60

25. Una maestra tiene que elegir tres estudiantes para borrar la pizarra. Para ello dispone de voluntarios: Elisa, Fernando, Germán, Jorge y María. ¿De cuántas maneras puede elegir tres de estos alumnos?

A) 5 B) 8 C) 10 D) 15 E) 24

26. Se quieren sentar 5 hombres y 4 mujeres en una fila de modo que las mujeres ocupan los sitios pares. ¿De cuántas formas pueden sentarse?

A) 51 840 B) 2830 C) 144 D) 120 E) 24

27. ¿Cuántas señales diferentes pueden hacerse al izarse 5 banderas de diferentes colores una sobre otra, si pueden izarse cualquier número de ellas a la vez?

A) 325 B) 360 C) 203 D) 225 E) 240

Claves

NIVEL 1	7.	13.	20.	26. B
1.	8.	14. B	NIVEL 3	27. A
2.	9. E	15. B	21.	
3.	NIVEL 2	16. D	22.	
4.	10.	17. D	23. B	
5. A	11.	18. C	24. E	
6. B	12.	19.	25. C	

Aplicamos lo aprendido



TEMA 4: PROBABILIDAD

1 Seis amigos, entre ellos Carlos y María, acuden al cine. Al momento de ubicarse encuentran una fila con 6 asientos. ¿Cuál es la probabilidad de que Carlos se siente junto a María?

A) 1/2 B) 1/3 C) 1/4
D) 2/3 E) 1/6

2 En un salón donde los varones representan el 80% del total, se tomó un examen, de los varones aprobaron el 25% y de las mujeres aprobaron el 10%. Si el profesor muestra un examen y es de un alumno desaprobado, calcula la probabilidad de que ese examen sea de una mujer.

A) 10/39 B) 9/39 C) 7/78
D) 7/39 E) 4/39

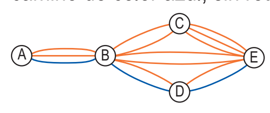
3 En una urna A hay 3 bolillas blancas y 5 bolillas rojas, y en la urna B hay 4 bolillas blancas y 2 bolillas rojas. Si se extrae una bolilla, ¿Cuál es la probabilidad de que esta sea blanca?

A) 7/8 B) 1/2 C) 3/4
D) 7/12 E) 25/48

4 Si se lanzan tres monedas sobre una mesa, de todos los ordenamientos posibles, ¿cuál es la probabilidad de que se obtenga dos caras y un sello?

A) 3/8 B) 2/3 C) 1/8
D) 1/4 E) 1/2

5 En la figura cada línea representa un camino, ¿cuál es la probabilidad de elegir ir de la ciudad A a la ciudad E por el camino de color azul, sin retroceder?



A) 1/3 B) 1/36 C) 5/12
D) 7/36 E) 1/14

6 Determina la probabilidad de que al lanzar un dado, el resultado sea un número primo.

A) 1/3 B) 2/3 C) 1/6
D) 1/12 E) 1/2

7 Se escribe al azar un número cualquiera de 3 cifras, calcula la probabilidad de que el producto de cifras sea par o cero.

A) $\frac{17}{36}$ B) $\frac{11}{36}$ C) $\frac{5}{36}$
D) $\frac{31}{36}$ E) $\frac{4}{15}$

8 Si se lanzan 2 dados, ¿cuál es la probabilidad de obtener 7 puntos?

A) 1/3 B) 2/3 C) 1/2
D) 1/4 E) 1/6

9 Se lanzan dos dados, ¿cuál es la probabilidad de que la suma de los resultados sea menor que seis, si sabemos que dicha suma ha sido múltiplo de cuatro?

A) 2/5 B) 2/3 C) 1/3
D) 1/4 E) 1/6

10 Con 7 médicos y 4 ingenieros se debe formar un comité de 6 miembros. ¿Cuál es la probabilidad de que el comité incluya al menos 3 ingenieros?

A) 23/66 B) 53/66 C) 27/32
D) 3/11 E) 41/66

11 En una caja tenemos 15 bolas blancas, 30 bolas negras y 45 bolas verdes. Si extraemos 3 simultáneamente, ¿cuál es la probabilidad de que salga una bola de cada color?

A) 0,253 B) 0,1724 C) 0,531
D) 0,321 E) 0,223

12 Se lanzan tres monedas al aire. ¿Cuál es la probabilidad de que las tres sean caras o las tres sellos?

A) 2/3 B) 1/8 C) 1/4
D) 3/8 E) 1/2

13 Una clase consta de 10 hombres y 20 mujeres. La mitad de los hombres y la mitad de las mujeres tienen los ojos castaños. Determina la probabilidad de que una persona elegida al azar sea un hombre o tenga los ojos castaños.

A) 3/5 B) 1/3 C) 2/3
D) 1/4 E) 1/6

14 En un sobre hay 20 papeletas, ocho llevan dibujado un coche, las restantes son blancas. Halla la probabilidad de extraer al menos una papeleta con el dibujo de un coche si se extraen 3 papeletas.

A) 2/181 B) 3/56 C) 2/45
D) 46/57 E) 12/57

Claves

1. B 3. E 5. B 7. D 9. C 11. B 13. C
2. B 4. A 6. E 8. E 10. A 12. C 14. D

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Determina la verdad o falsedad de las siguientes proposiciones:

I. La probabilidad de un evento es un número entre 0 y 1. ( )

II. Un evento es un subconjunto del espacio muestral. ( )

III. Si A y B son eventos, se cumple siempre que $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$. ( )

IV. Si $P(A \cap B) = 0$, entonces los dos eventos son independientes. ( )

V. La suma de las probabilidades de todos los puntos muestrales es siempre 1. ( )

2. Escribe el tipo de evento que representa cada enunciado (seguro, posible, imposible, poco probable, muy probable); de acuerdo al experimento mencionado:

"Lanzamos un dado y anotamos la puntuación obtenida".

	Tipo de Evento	Evento
Ejemplo:	Evento seguro	Sacar una puntuación inferior a 7.
		Sacar un 5.
		Sacar un 7.
		Sacar menos de 5.
		Sacar más de 4.

3. Escribe el tipo de evento que representa cada enunciado (seguro, posible, imposible, poco probable, muy probable); de acuerdo al experimento mencionado:

"En una urna hay 5 bolas; cuatro rojas y una azul. Sacamos una bola y anotamos su color".

Tipo de Evento	Evento
	Sacar bola roja o azul.
	Sacar bola azul.
	Sacar bola verde.
	Sacar bola roja.

Razonamiento y demostración

4. Sean A y B dos eventos de un espacio muestral tales que:

$P(A') = 0,6$; $P(B) = 0,3$

$P(A' \cup B') = 0,9$

Demuestra que A y B no son independientes.

5. Se consideran 2 eventos A y B, asociados a un experimento aleatorio con $P(A) = 0,7$; $P(B) = 0,6$ y $P(A \cap B)' = 0,58$

Demuestra que A y B son independientes.

Resolución de problemas

6. Una urna tiene 5 fichas verdes y 4 rojas. Si se extrae 3 al azar, calcula la probabilidad de que solo 2 sean verdes.

A) 10/21 B) 1/3 C) 7/8
D) 6/14 E) 11/21

7. Se mezclan 5 monedas falsas con 9 verdaderas. Si se selecciona al azar una moneda ¿cuál es la probabilidad que sea falsa?

A) 5/7 B) 5/21 C) 9/14
D) 5/14 E) 5/9

8. Dos personas eligen al azar, cada una de ellas, un número del 0 al 9. ¿Cuál es la probabilidad de que las dos personas no elijan el mismo número?

A) 0,6 B) 0,3 C) 0,9
D) 0,25 E) 0,4

9. Calcula la probabilidad de obtener un 6 al tirar un dado sabiendo que ha salido par.

A) 1/2 B) 1/3 C) 2/3
D) 1/4 E) 1/6

10. Se lanzan tres dados ¿cuál es la probabilidad de que los resultados de cada dado sea impar?

A) 1/4 B) 1/3 C) 1/5
D) 1/8 E) 1/2

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. Si se gira la ruleta, calcula la probabilidad de que al detenerse la flecha nos indique:

A) Un número impar mayor a 4.
B) Un número par o un número mayor a 5.

Da como respuesta la suma de los resultados.

A) 2/5
B) 3/8
C) 7/8
D) 1/8
E) 6/8

(Ruleta: 2, 4, 5, 7, 3, 1, 8, 6)

12. Se tiene la siguiente figura, la cual se le muestra a un niño y se le pide que sombree un cuadrado de cualquier tamaño. ¿Cuál es la probabilidad que este sea de 2 cm de lado?

A) 1/7
B) 2/7
C) 1
D) 0,5
E) 3/7

(Figura: cuadrícula de 3 × 3 con lados de 1 cm)

Razonamiento y demostración

13. Sean los sucesos A y B, independientes y no mutuamente excluyentes ¿Cuál de las siguientes afirmaciones son ciertas?

I. $P(A \cap B) = P(B)$
II. $P(B \cup A) = P(A) + P(B)$
III. $P(A'/B) = P(A')$

A) I B) I y III C) solo III
D) II E) I y II

14. Si tenemos una urna con nueve bolas numeradas del 1 al 9. Realizamos el experimento, que consiste en sacar una bola de la urna, anotar el número y devolverla a la urna. Considerando los siguientes eventos:

A = "sale un número primo".
B = "sale un número cuadrado".
Demuestra que A y B son mutuamente excluyentes.

Resolución de problemas

15. La probabilidad de aprobar matemáticas es de 0,6 y la probabilidad de aprobar lenguaje es de 0,8. ¿Cuál es la probabilidad de aprobar solo uno de dichos cursos?

A) 0,5 B) 0,44 C) 0,12
D) 0,35 E) 0,8

16. Tenemos para enviar tres cartas con sus tres sobres correspondientes. Si metemos al azar cada carta en uno de los sobres. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos una de las cartas vaya en el sobre que le corresponde?

A) 1/2 B) 1/3 C) 2/3
D) 0,5 E) 0,4

17. Un estudiante realiza dos exámenes en un mismo día. La probabilidad de que apruebe el primero es 0,6. La probabilidad de que apruebe el segundo es 0,8; y la de que apruebe los dos es 0,5. Calcula la probabilidad de que no apruebe ninguno de los 2 exámenes.

A) 0,2 B) 0,7 C) 0,3
D) 0,1 E) 0,8

18. En un centro escolar los alumnos pueden optar por cursar como lengua extranjera inglés o francés. En un determinado curso, el 90% de los alumnos estudia inglés y el resto francés. El 30% de los que estudian inglés son chicos y de los que estudian francés son chicos el 40%. Si elegimos un alumno al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea chica?

A) 0,52 B) 0,4 C) 0,69
D) 0,1 E) 0,8

19. Ocho parejas de casados se encuentran en una reunión. Si se escogen 2 personas al azar. Calcula la probabilidad de que estas personas sean esposos.

A) 5/18 B) 7/30 C) 1/15
D) 2/15 E) 7/40

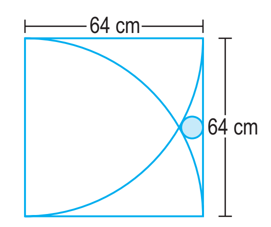
20. En una urna hay 5 bolas blancas y 7 de color negro. Si se extrae 3 bolas, ¿cuál es la probabilidad que 2 de ellas sean blancas?

A) 7/22 B) 15/22 C) 17/22
D) 7/23 E) 17/23

NIVEL 3

Comunicación matemática

21. Se tiene una mesa con el siguiente dibujo. Si se lanza aleatoriamente una esfera diminuta a la mesa. Halla la probabilidad de que esta se detenga en el círculo sombreado. (Los bordes de la mesa están cercados).



A) $\pi/256$ B) $\pi/156$ C) $\pi/12$
D) $\pi/64$ E) $\pi/264$

22. Ordena de menor a mayor grado de probabilidad los siguientes eventos al lanzar un dado de 6 caras.

A) "Salir número impar".
B) "Salir número igual o mayor que 5".
C) "Salir número menor que 7".
D) "Salir número mayor que 7".

Razonamiento y demostración

23. Demuestra que si dos eventos A y B son independientes, entonces A' y B' también lo son.

24. Tengo 3 llaves que abren las 3 cerraduras de una puerta, pero no sé cuál es la llave que abre cada cerradura.

A) ¿Cuál es la probabilidad de que acierte con la combinación a la primera oportunidad?

B) ¿Y si tuvieras 3 llaves y solo 2 cerraduras? (Una de las llaves no abre ninguna cerradura).

A) $A = \frac{1}{2}$ y $B = \frac{1}{3}$ B) $A = \frac{1}{4}$ y $B = \frac{1}{4}$

C) $A = \frac{1}{5}$ y $B = \frac{1}{7}$ D) $A = \frac{1}{6}$ y $B = \frac{1}{6}$

E) $A = \frac{1}{5}$ y $B = \frac{1}{2}$

Resolución de problemas

25. Karina va a una tienda de ropa 2 veces por semana y Roberto trabaja en esa tienda 4 días cada semana. Si el viernes no acude ninguno de los dos y la tienda cierra los domingos, ¿qué probabilidad tienen de coincidir?

A) $\frac{2}{13}$ B) $\frac{5}{25}$ C) $\frac{8}{25}$
D) $\frac{10}{18}$ E) $\frac{4}{17}$

26. Se ha trucado un dado de 6 caras, de modo que las caras que son números primos tienen doble probabilidad de salir que las que no lo son.

¿Cuál es la probabilidad de obtener un número par?

A) 2/7 B) 2/9 C) 4/9
D) 5/7 E) 3/8

27. Al lanzar tres dados de colores rojo, azul y negro, ¿cuál es la probabilidad que la suma de los puntajes obtenidos posea 3 divisores?

A) 1/36 B) 1/9 C) 31/216
D) 1/31 E) 31/36

28. Se tiene un grupo de 15 personas; 5 son muchachos, 6 muchachas y 4 son adultos. Se desea formar un comité de 5 personas, ¿cuál es la probabilidad que el comité esté formado por 2 adultos, 2 muchachas y 1 muchacho?

A) $\frac{3900}{1001}$ B) $\frac{800}{1001}$ C) $\frac{150}{1001}$
D) $\frac{460}{1001}$ E) $\frac{350}{3003}$

29. De un grupo de escolares, la probabilidad de no llevar el curso de Psicología es 0,49 y la probabilidad de no llevar Filosofía es 0,53. Si la probabilidad de no llevar Psicología ni Filosofía es 0,27. ¿Cuál es la probabilidad de llevar solo uno de los cursos?

A) 0,22 B) 0,46 C) 0,49
D) 0,5 D) 0,35

30. Si la probabilidad de que haya un pequeño sismo en Perú, dado que hubo un fuerte sismo en medio del Océano Pacífico es de 0,4; y la probabilidad de que haya un fuerte sismo en medio del Océano Pacífico es 0,8. Halla la probabilidad de que sucedan ambos eventos.

A) 0,23 B) 0,12 C) 0,26
D) 0,32 E) 0,18

31. Se lanzan dos dados y se multiplican los puntos, se observa que el producto es mayor de 10. ¿Cuál es la probabilidad de que el producto sea 24?

A) 3/17 B) 2/17 C) 4/15
D) 1/5 E) 2/5

32. En un tubo sonoro hay ocho orificios. ¿Cuántos sonidos distintos pueden producirse?

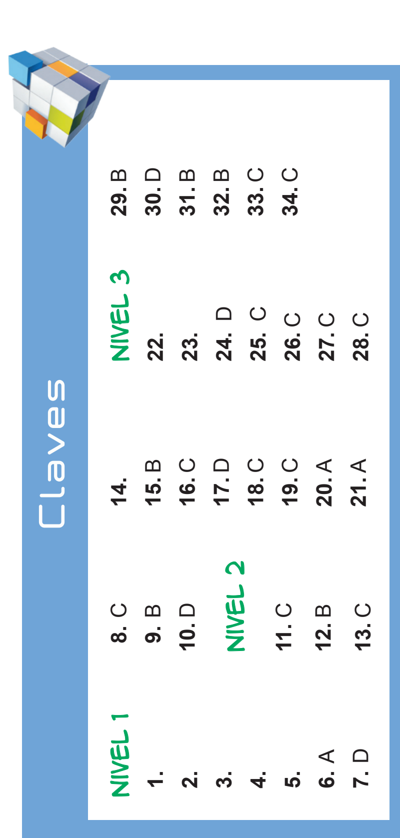
A) 256 B) 255 C) 40 320
D) 16 E) 512

33. Si se arrojan d dados y m monedas, ¿cuántos resultados diferentes se pueden obtener?

A) $d \times m$ B) $2^d . 3^m$ C) $2^{d+m} . 3^d$
D) $2^d . 6^m$ E) $(d \times m)^2$

34. ¿Cuántas palabras diferentes se pueden formar con todas las letras de la palabra AMANECER?

A) 1200 B) 5040 C) 10 080
D) 40 320 E) 3200



MARATÓN Matemática

En una mesa circular están sentadas 12 personas, entre ellos, cada uno está enemistado con sus vecinos. Si se debe escoger una comisión de 5 integrantes, ¿de cuántas maneras se puede llevar a cabo dicha selección, procediendo de modo que entre los integrantes de la comisión no haya enemigos?

Resolución:

Tomemos en particular a una de las 12 personas, digamos: L
Todas las distribuciones escogidas se dividen en dos clases: en la que participa L y en la que no participa L.

Vamos a calcular cuántas distribuciones hay en cada clase.

En el caso que la persona L participe en la comisión, ni su vecino de la derecha ni el de la izquierda serán seleccionados. Quedan 9 personas, de las cuales hay que escoger a 4 integrantes para dicha comisión. Como los vecinos de L no participan en la selección, hay que enfocarnos solamente que entre las 4 personas elegidas no haya enemigos, es decir, que no hayan 2 que estén sentadas juntas. Pero la eliminación de L y sus dos vecinos rompe la cadena de personas, y se puede considerar que estos no están sentados en una mesa redonda, sino en una fila. En estos casos se puede elegir 4 personas de 9 de la forma $C_4^6 = 15$, entonces en la primera clase figuran 15 disposiciones.

Calculemos ahora cuántas disposiciones hay en la segunda clase. Como la persona L no participa en la comisión, se le elimina del número de personas en la mesa circular. Entonces, la cadena se rompe nuevamente, quedando 11 personas dispuestas en fila. De ellos hay que escoger 5 participantes en la comisión, de manera que entre los seleccionados no hayan dos que estén sentados juntos; esto se puede efectuar de $C_5^7 = 21$ modos.

Por lo tanto, el número de maneras que se pueden seleccionar 5 personas de un total de 12, de modo que entre los integrantes de la comisión no hayan enemigos es: $15 + 21 = 36$

Dada la siguiente distribución:

I_i	f_i
[6; 16⟩	8
[16; 26⟩	20
[26; 36⟩	25
[36; 46⟩	10
[46; 56]	5

1. Halla la mediana.

A) 26,2 B) 27,3 C) 28,4 D) 29,3 E) 30,5

2. Halla Q_1.

A) 20,5 B) 21,3 C) 27,3 D) 28,4 E) 35,2

3. Halla Q_3.

A) 20,5 B) 21,3 C) 27,3 D) 28,4 E) 35,2

4. Halla Mo.

A) 21,3 B) 26,2 C) 27,3 D) 28,5 E) 30,5

5. Dos dados son lanzados 45 veces en forma sucesiva. Determina la probabilidad de que aparezcan 2 seis al menos una vez.

A) $\frac{1}{36^{45}}$ B) $1-\frac{1}{36^{45}}$ C) $\frac{35}{36}$
D) $\left(1-\frac{35}{36}\right)^{45}$ E) $1-\frac{35^{45}}{36^{45}}$

6. Un closet contiene 10 pares de zapatos. Si 8 zapatos son seleccionados aleatoriamente, ¿cuál es la probabilidad de que no haya ningún par completo en este grupo?

A) $\frac{41}{1499}$ B) $\frac{348}{1499}$ C) $\frac{384}{4199}$ D) $\frac{438}{4199}$ E) $\frac{41}{419}$

7. Del enunciado anterior, ¿cuál es la probabilidad de que haya exactamente un par completo?

A) $\frac{1792}{4199}$ B) $\frac{1671}{1499}$ C) $\frac{1716}{1499}$ D) $\frac{9719}{4199}$ E) $\frac{671}{1499}$

8. Una familia tiene 3 hijos de los cuales al menos dos de ellos son niños. Suponiendo que los nacimientos de niños y niñas son igualmente probables; además, si el sexo del hijo mayor no afecta en ningún modo al sexo del hijo menor, calcula la probabilidad de que la familia tenga tres niñas.

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{3}{5}$

9. Roberto está indeciso sobre si matricularse en el curso de Matemática II o el curso de Física II, aunque él realmente prefiere matricularse en Física II, estima que probabilidad de aprobar el curso de Matemática II es 3/5, mientras que su probabilidad de aprobar el curso de Física II es 2/3. Si Roberto decide matricularse en uno de estos cursos mediante el lanzamiento de una moneda, ¿cuál es la probabilidad de que él apruebe el curso de Física II?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{2}{5}$

10. Por una letra de S/.9000 se ha pagado S/.8635. Sabiendo que faltaban 73 días para su vencimiento, calcula la tasa anual descontable.

A) 20% B) 18% C) 15% D) 22% E) 25%

11. El valor actual de una letra hace 3 meses fue S/.3700 y hace 40 días fue de S/.3775. ¿Cuál es ahora su valor actual (en soles)?

A) 3808 B) 3810 C) 3820 D) 3835 E) 3800

12. Se tiene una letra de S/.45 000 girada el 14 de Septiembre al 4% anual. ¿En qué fecha vencerá el documento si al cobrarla el 6 de Octubre sufrió un descuento de S/.210?

A) 17 de nov. B) 1.° de nov. C) 18 de oct.
D) 26 de oct. E) 24 de dic.